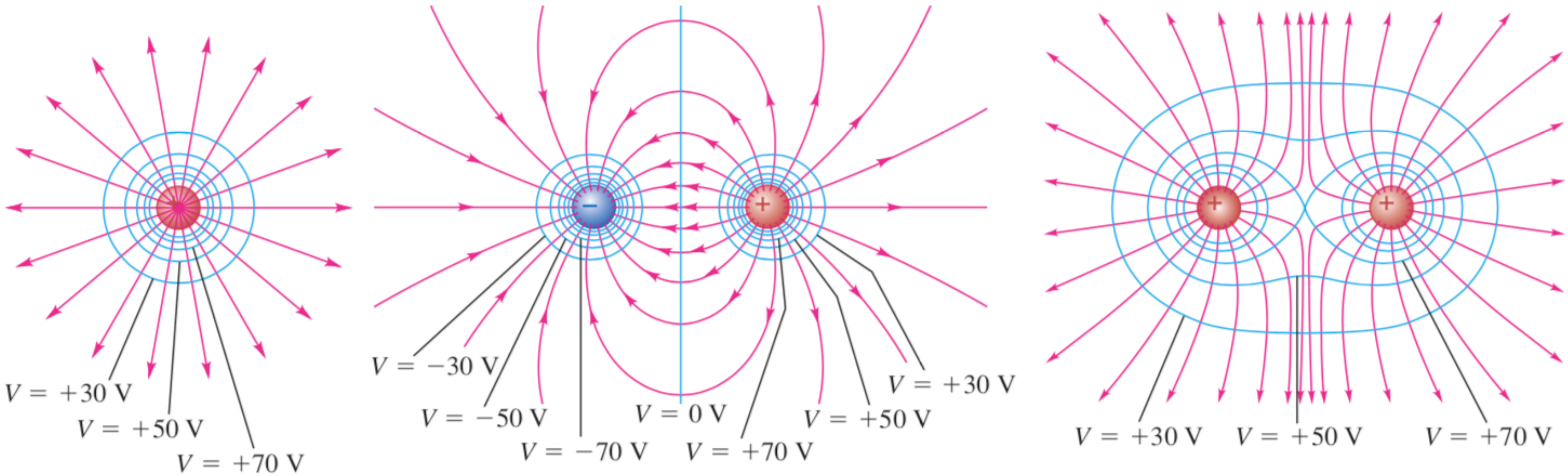
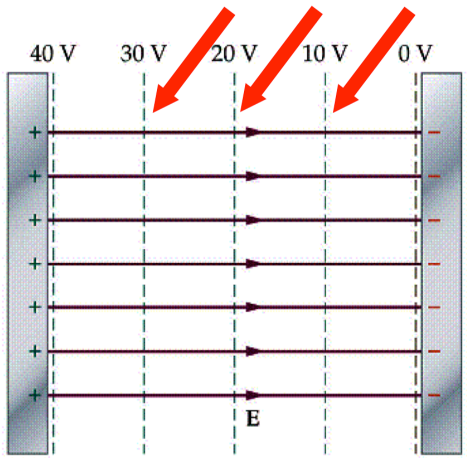
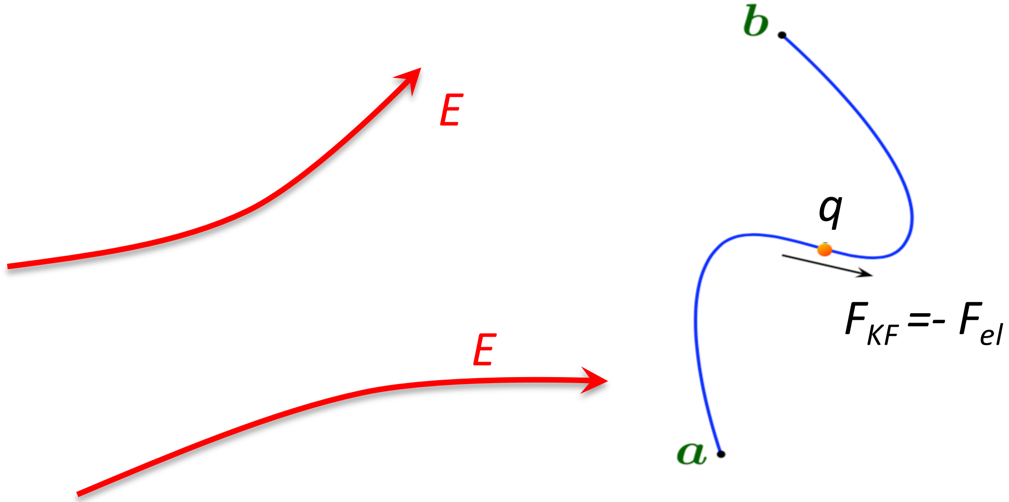
Wykład 9

Potencjał elektryczny





Potencjał elektryczny *V*



http://zon8.physd.amu.edu.pl/~tanas/

Praca siły zewnętrznej F_{KF} wykonana przeciwko siłom elektrostatycznym F_{el} podczas przeniesienia ładunku *q* od *a* do *b*:

$$W_{a\to b} = U_b - U_a$$

Praca siły zewnętrznej na jednostkę ładunku: $W_{a\to b}/q = U_b/q - U_a/q = V_b - V_a = \Delta V_{ab}$

napięcie = różnica potencjałów

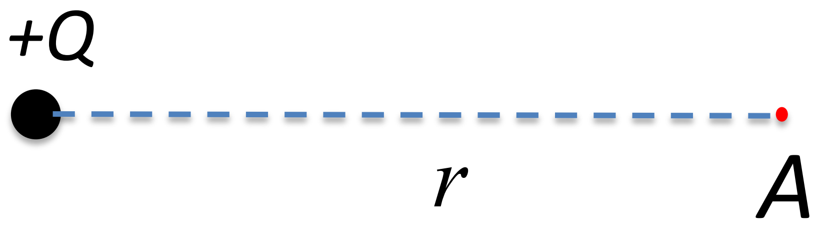
Potencjał elektryczny definiujemy jako energię potencjalną na jednostkę ładunku:

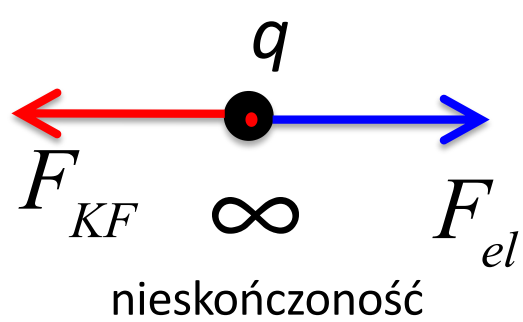
Definicja: $\boxed{V = \dfrac{U}{q}}$ $\left[\dfrac{J}{C} = V\right]$ Wolt

Potencjał charakteryzuje pole elektryczne (tzn. jest cechą przestrzeni, a nie ładunku)

Potencjał pola ładunku punktowego

Praca siły zewnętrznej F_{KF} przy przesunięciu ładunku q z nieskończoności do punktu A:





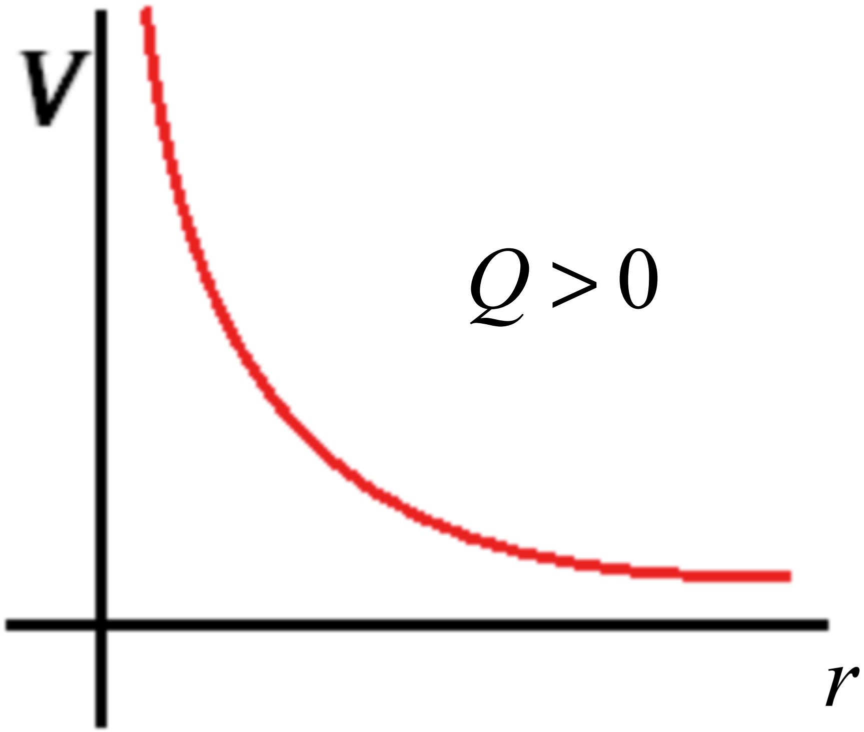
$$W_{KF} = U_A - U_\infty$$

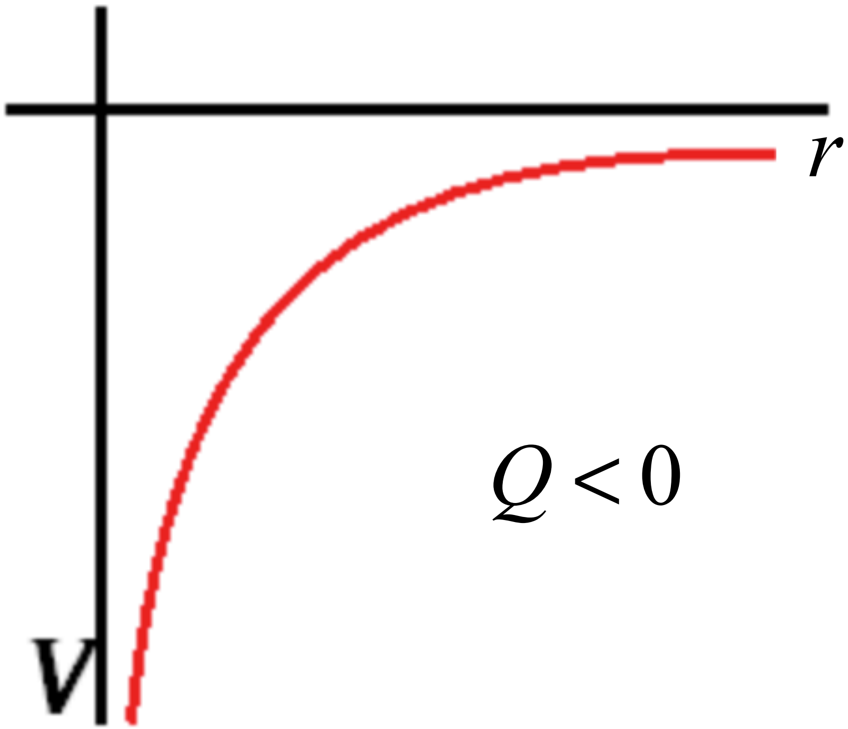
$$\frac{W_{KF}}{q} = \frac{U_A}{q} - \frac{U_\infty}{q} \Rightarrow \qquad \frac{W_{KF}}{q} = k\frac{Q}{r} - 0 = V_A - V_\infty$$

Potencjał: $$\boxed{V = k\frac{Q}{r}}$$

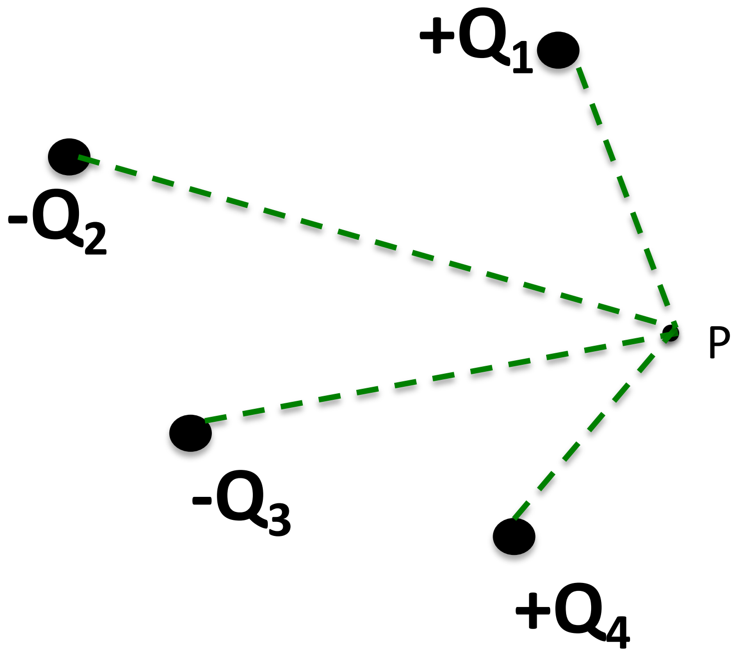
Potencjał elektryczny *V* pola ładunku punktowego

$$\boxed{V = k\frac{Q}{r}}$$





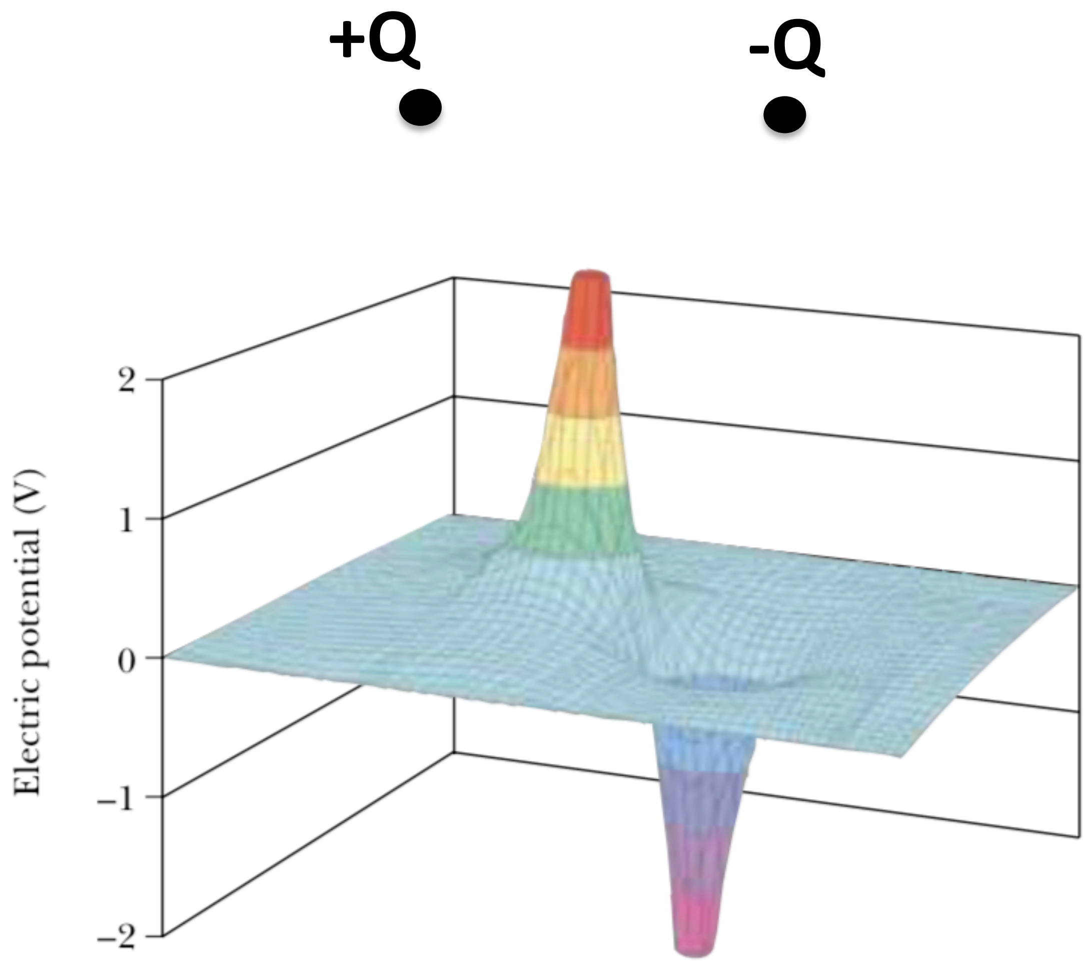
Potencjał układu ładunków punktowych



Potencjał w punkcie P:

$$V_P = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \sum_{i=1}^{4} V_i$$

Potencjał dipola elektrycznego:

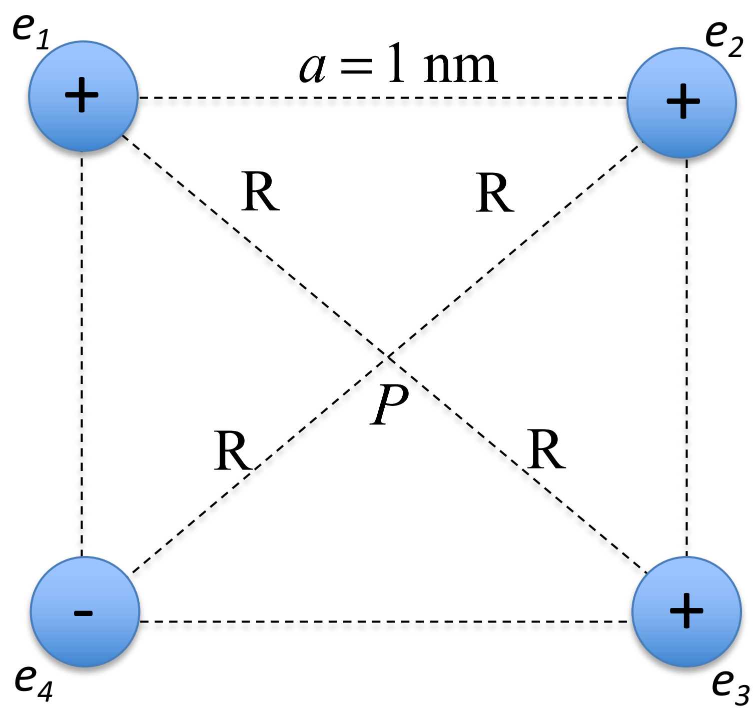


Superpozycja potencjału ładunków punktowych

Ile wynosi potencjał w środku kwadratu o boku a = 1 nm utworzonego przez trzy protony i jeden elektron :

$$e_1 = e_2 = e_3 = 1.6 \times 10^{19}\,\mathrm{C}$$

$$e_4 = -1.6 \times 10^{19}\,\mathrm{C}$$

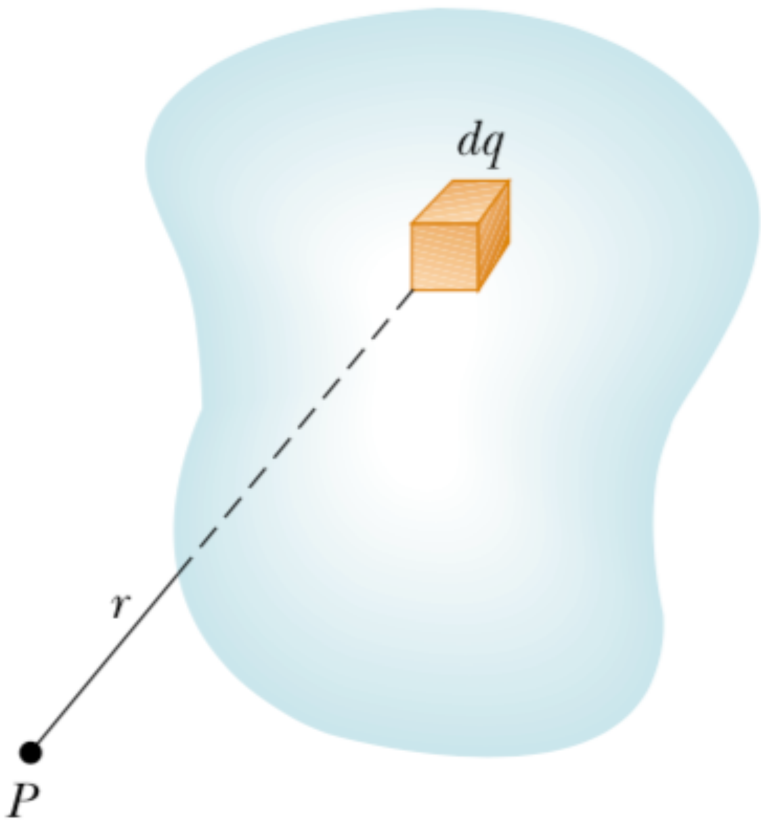


Potencjał w punkcie P:

$$V = k\left(\frac{e_1}{R} + \frac{e_2}{R} + \frac{e_3}{R} + \frac{e_4}{R}\right) = k\left(3\frac{e}{R} - \frac{e}{R}\right) = 2k\frac{e}{R} \approx 2.88\ \mathrm{V}$$

*Wyznaczenie potencjału pola wytwarzanego przez ciągły rozkład ładunku (superpozycja potencjału)

Potencjał elektryczny w punkcie P wytwarzany przez ciągły rozkład ładunku można obliczyć dzieląc rozkład ładunku na „małe” elementy dq, które zachowują się jak ładunki punktowe. Całkowity potencjał jest sumą po wszystkich małych elementach rozkładu.



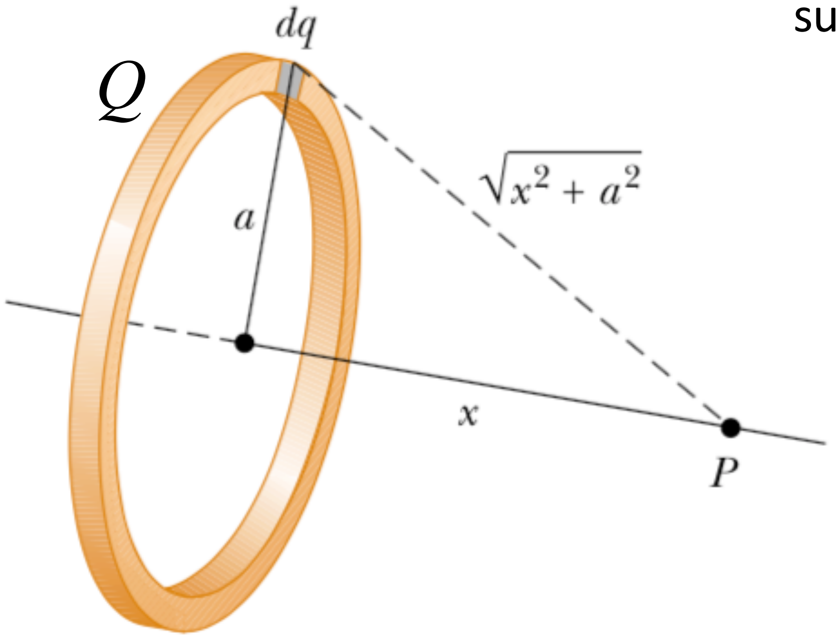
Potencjał od małego elementu d*q* (ładunek punktowy):

$$dV = k\frac{dq}{r}$$

Całkowity potencjał (suma po wszystkich elementach d*q*):

$$V = \int dV = k\int \frac{dq}{r}$$

*Wyznaczenie potencjału pola wytwarzanego przez ciągły rozkład ładunku - przykład

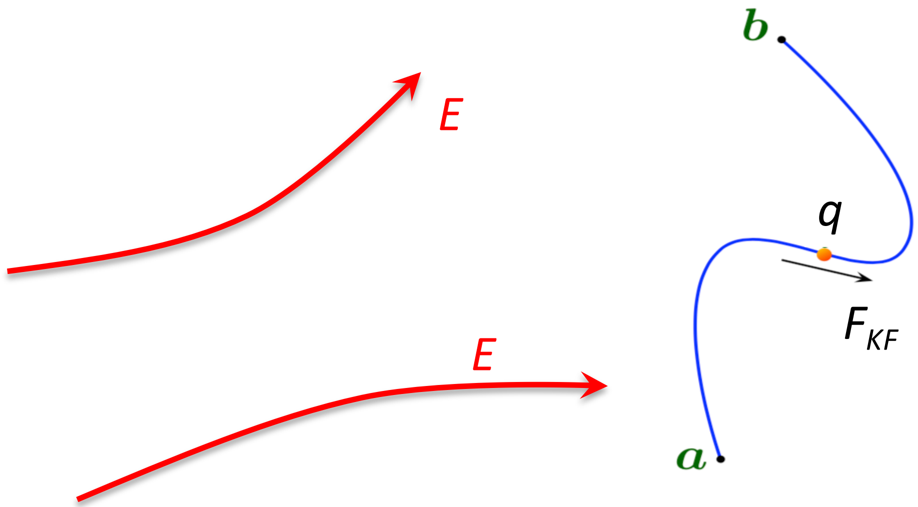


Wcześniej pokazaliśmy korzystając z zasady superpozycji dla natężenia pola elektrycznego, że:

$$\vec{E} = k\frac{Qx}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}\hat{x}$$

$$dV = \frac{dq}{\sqrt{x^2 + a^2}} \Rightarrow V = \int \frac{kdq}{\sqrt{x^2 + a^2}} = k\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}\int dq = k\frac{Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Związek pomiędzy potencjałem V i natężeniem pola elektrycznego E



http://zon8.physd.amu.edu.pl/~tanas/

Praca siły zewnętrznej F_{KF} wykonana przeciwko siłom elektrostatycznym F_{el} podczas przeniesienia ładunku *q* od *a* do *b*:

$$W_{a\to b} = U_b - U_a$$

Praca siły zewnętrznej na jednostkę ładunku: $$W_{a\to b}/q = U_b/q - U_a/q = V_b - V_a$$

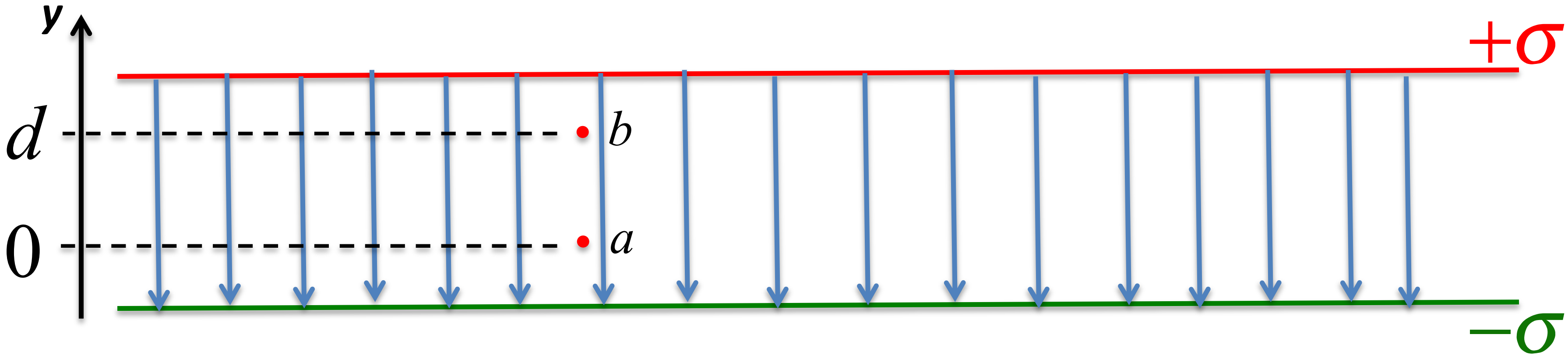
$$\frac{W_{a\to b}}{q} = \Delta V_{ab}$$

Napięcie elektryczne (różnica potencjałów):

$$\Delta V_{ab} = \frac{W_{a\to b}}{q} = \int_a^b \frac{\vec{F}_{KF}}{q} \cdot d\vec{l} = -\int_a^b \frac{\vec{F}_{el}}{q} \cdot d\vec{l} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Przykład wyznaczania różnicy potencjałów (napięcia) między dwoma punktami w przestrzeni na podstawie znajomości pola elektrycznego

Dwie nieskończenie wielkie płaszczyzny naładowane ładunkiem różnoimiennym wytwarzają pole jednorodne:



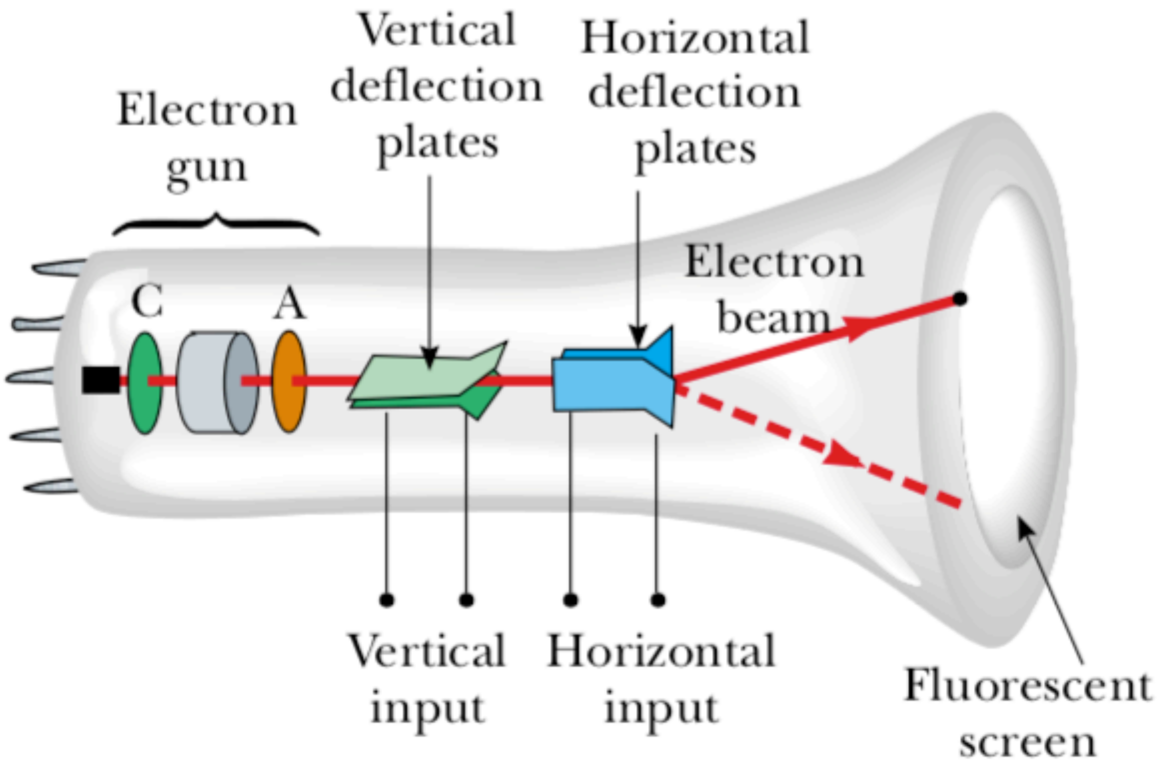
$$\vec{E} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{y}$$

$$V_b - V_a = -\int_0^d \vec{E}\cdot d\vec{y} = E\int_0^d dy = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} y\Big|_0^d = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$$

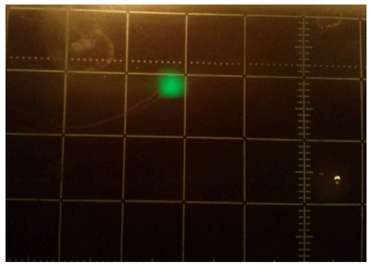
$$\boxed{\Delta V_{ab} = Ed}$$

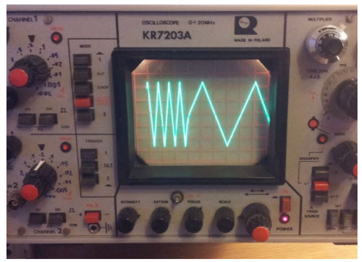
Różnica potencjałów (napięcie) pomiędzy punktami odległymi o *y* w jednorodnym polu elektrycznym

Różnica potencjałów pomiędzy płytkami odchylającymi w lampie elektronowej starego telewizora (lub lampie oscyloskopowej) wynosi 25 kV. Ile wynosi natężenie pola elektrycznego pomiędzy płytkami jeżeli znajdują się one w odległości d = 2cm?



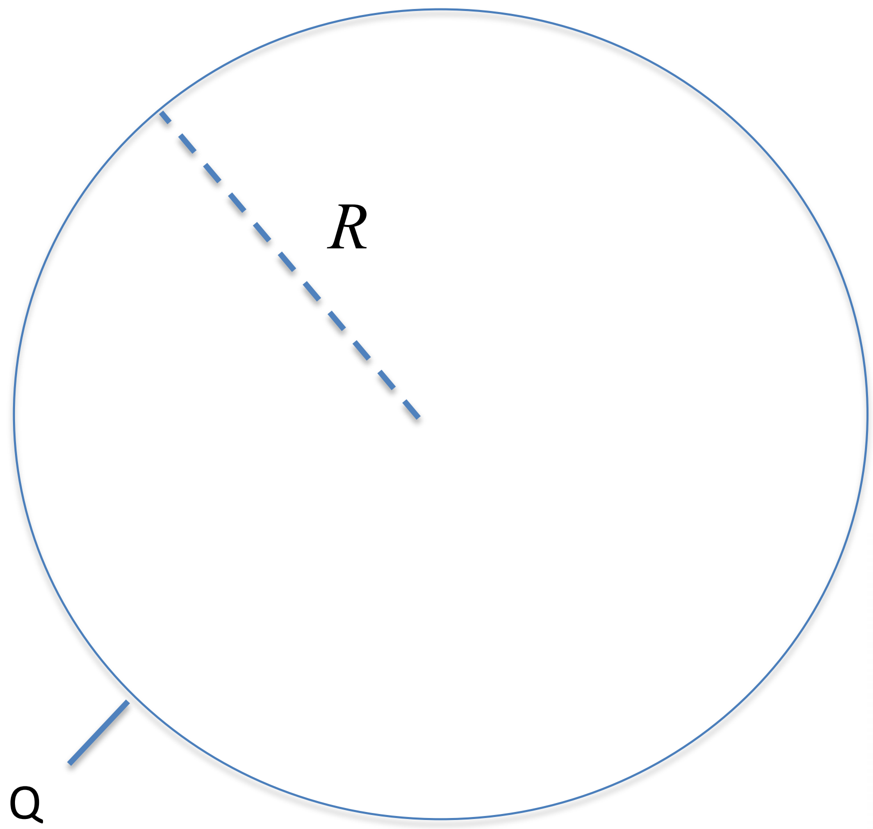
$$E = \frac{\Delta V_{+/-}}{d} = 12500 \ \mathrm{V/cm}$$





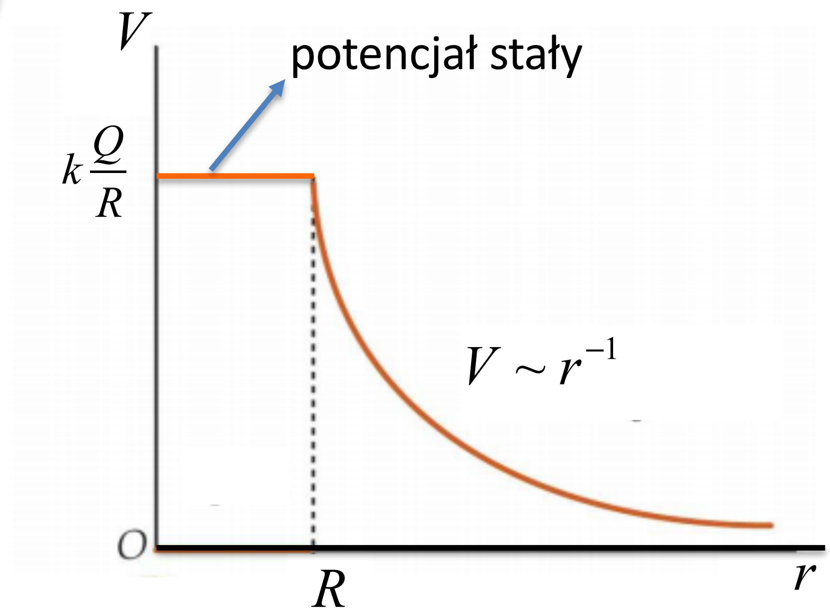
Potencjał elektryczny jednorodnie naładowanej sfery,

przykład wyznaczania potencjału na podstawie znajomości natężenia pola elektrycznego



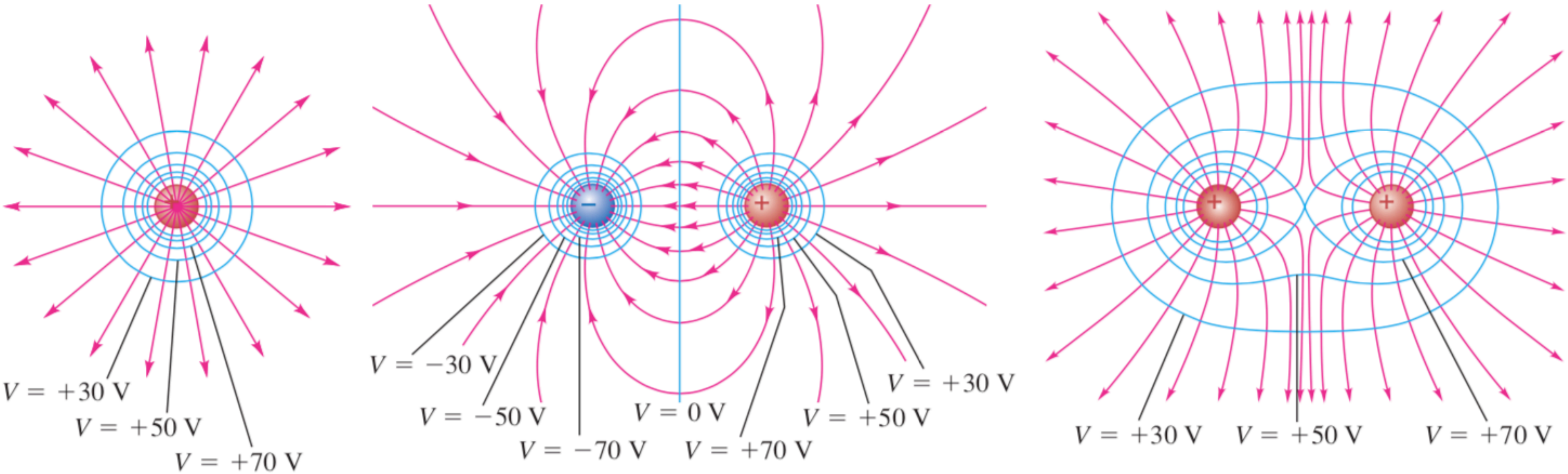
$$\Delta V = V - 0 = V = k\frac{Q}{R} \text{ dla } r < R$$

$$\Delta V = V - 0 = V = k\frac{Q}{r} \text{ dla } r > R$$

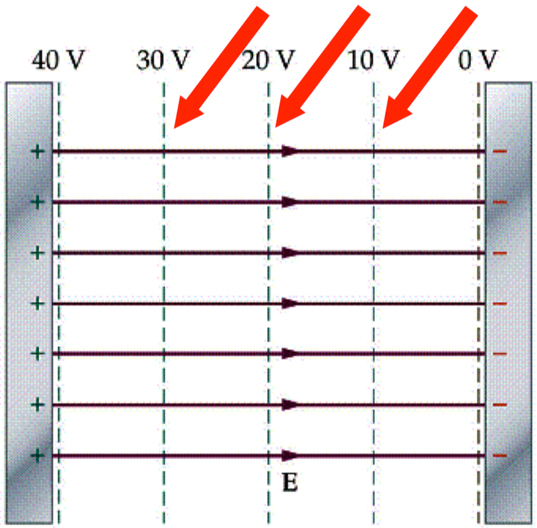


Powierzchnie ekwipotencjalne

= *powierzchnie o stałej wartości potencjału*



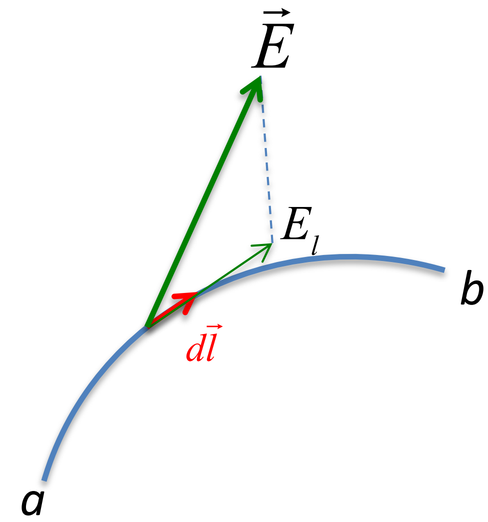
Sears and Zemansky's University Physics with Modern Physics



Podczas przesunięcia ładunku *q* po powierzchni ekwipotencjalnej, siły pola elektrycznego nie wykonują pracy! To jest możliwe tylko wtedy gdy natężenie pola elektrycznego, tj. siła elektryczna działająca na ładunek, jest prostopadłe do powierzchni ekwipotencjalnych!

* Wyznaczenie natężenia pola elektrycznego na podstawie znajomości potencjału

$$V_b - V_a = \Delta V_{ab} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$



$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -E_l dl$$

$$E_l = -\frac{dV}{dl}$$

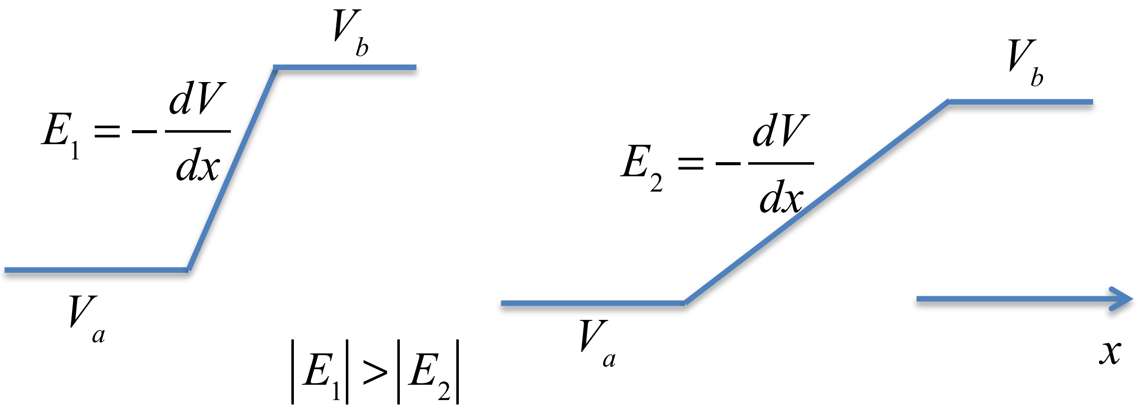
$$E_x = -\frac{dV}{dx}, \qquad E_y = -\frac{dV}{dy}, \qquad E_z = -\frac{dV}{dz}.$$

Natężenie pola elektrycznego to gradient potencjału elektrycznego

Użyteczna analogia

potencjał = różnica wysokości (wzniesienie)

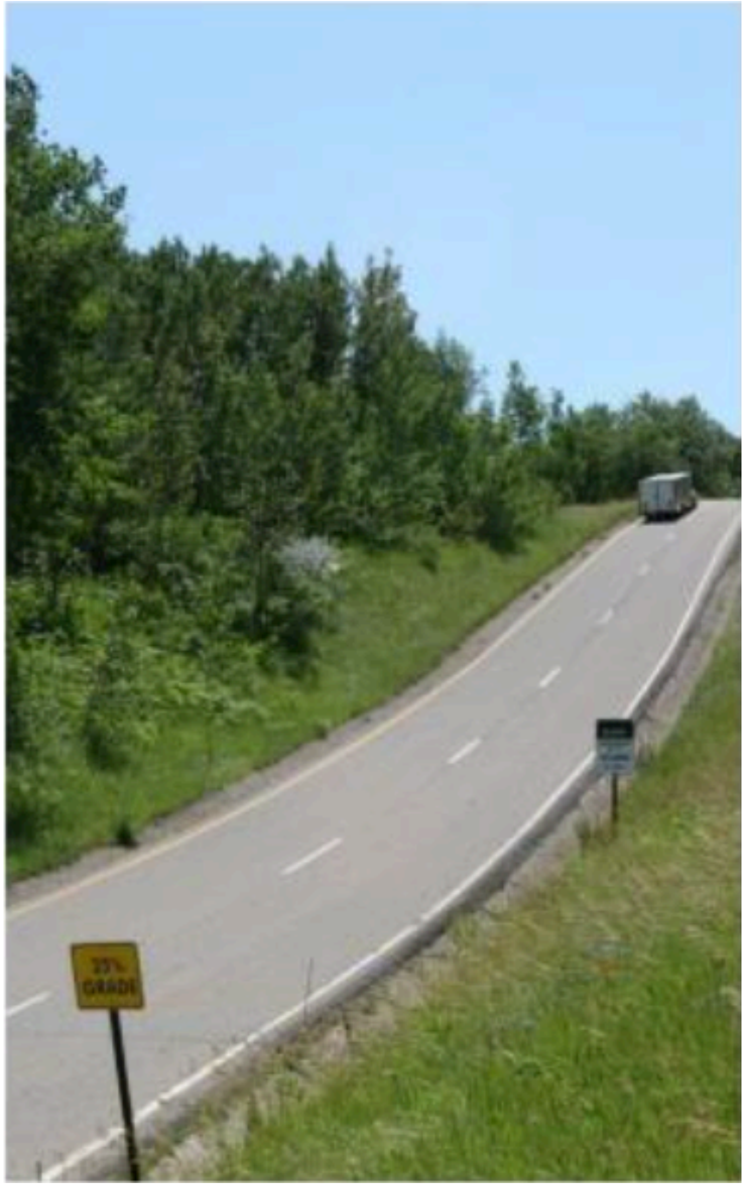
natężenie pola elektrycznego = nachylenie (stromość)



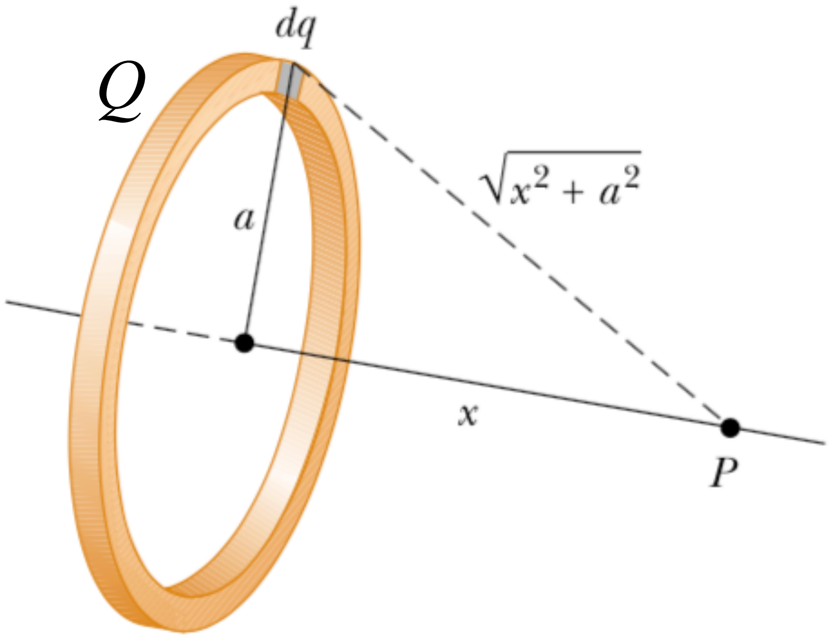
$$E_1 = -\frac{dV}{dx}$$

$$E_2 = -\frac{dV}{dx}$$

$$|E_1| > |E_2|$$



*Wyznaczenie natężenia pola na podstawie znajomości potencjału - przykład



$$V = k\frac{Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = k\frac{Q}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

$$\vec{E} = k\frac{Qx}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}\hat{x}$$