

Wykład 19

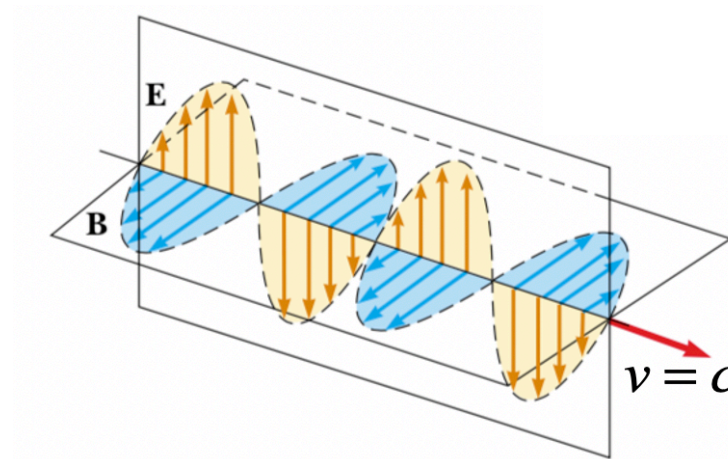
Równania Maxwella, Fale elektromagnetyczne

$$\oint_{\text{zamknięta powierzchnia}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{wew}}}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

$$\oint_{\text{zamknięta powierzchnia}} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint_{\text{po konturze zamkniętej}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_{\text{powierzchnia otwarta}} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint_{\text{po konturze zamkniętej}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \mu_r \left(I + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{d}{dt} \int_{\text{powierzchnia otwarta}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \right)$$



Równania Maxwella



<https://www.youtube.com/watch?v=O8OUH0pPyol>

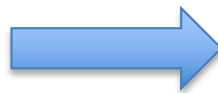
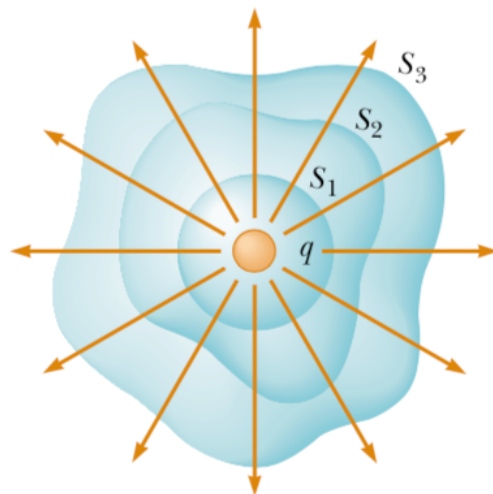
Równania Maxwella



Prawo Gaussa dla pola elektrycznego

Strumień pola elektrycznego przez dowolną powierzchnię zamkniętą jest równy całkowitemu ładunkowi zawartemu wewnątrz (Q_{wew}) obszaru ograniczonego tą powierzchnią i podzielonego przez przenikalność dielektryczną próżni (ϵ_0).

$$\phi_E = \oint_{\text{zamknięta powierzchnia}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{wew}}{\epsilon_0}$$



Strumień pola elektrycznego jest taki sam dla wszystkich zaznaczonych powierzchni!

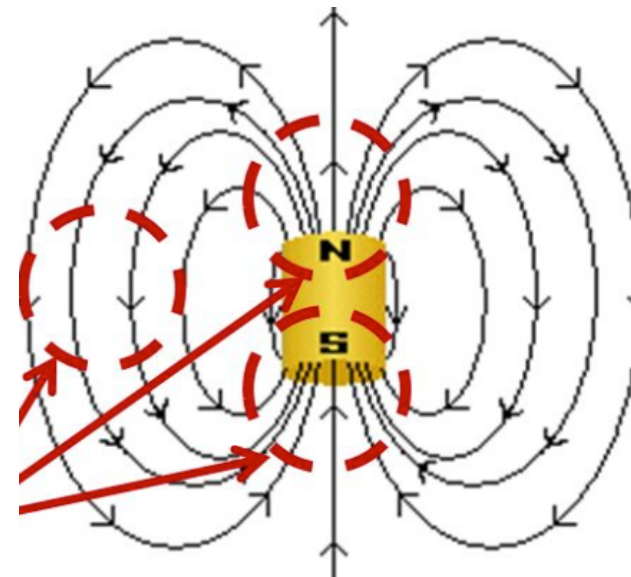
Równania Maxwella



Prawo Gaussa dla pola magnetycznego

Strumień pola magnetycznego przez dowolną powierzchnię zamkniętą zawsze jest równy zero!
Monopole magnetyczne nie istnieją!

$$\phi_B = \oint_{\text{zamknięta powierzchnia}} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$



Strumień pola magnetycznego przez wszystkie powierzchnie zamknięte wynosi zero!

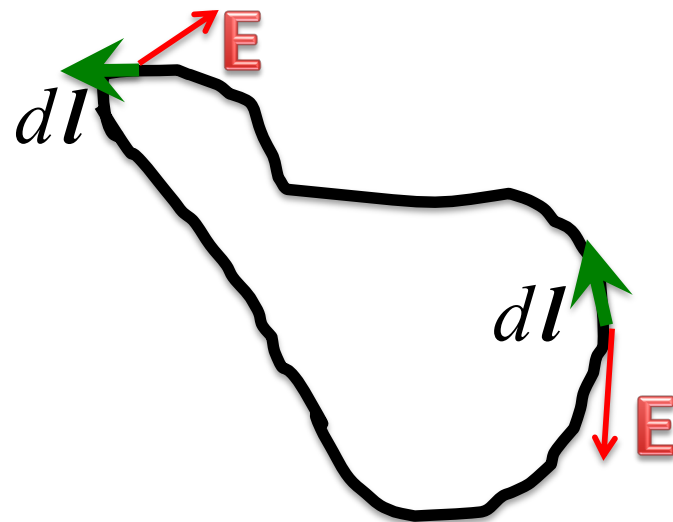
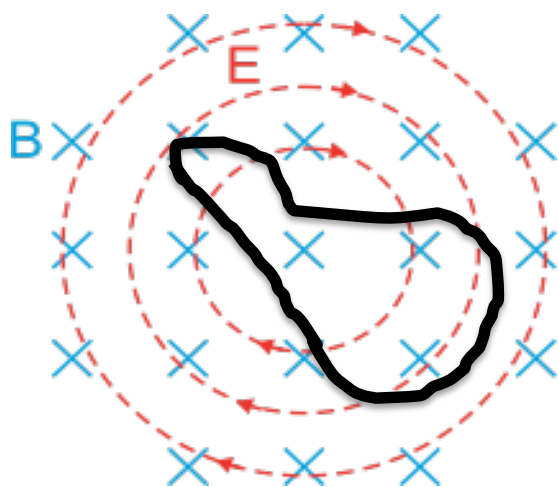
Równania Maxwella

Prawo Faraday'a



Zmienny w czasie strumień pola magnetycznego przez dowolną powierzchnię otwartą indukuje siłę elektromotoryczną w konturze ograniczającej tę powierzchnię. Innymi słowy zmienne w czasie pole magnetyczne indukuje wirowe pole elektryczne.

$$\oint_{\text{po konturze zamkniętej}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_{\text{powierzchnia ograniczona konturem}} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$



Równania Maxwella

Prawo Ampera + poprawka Maxwella

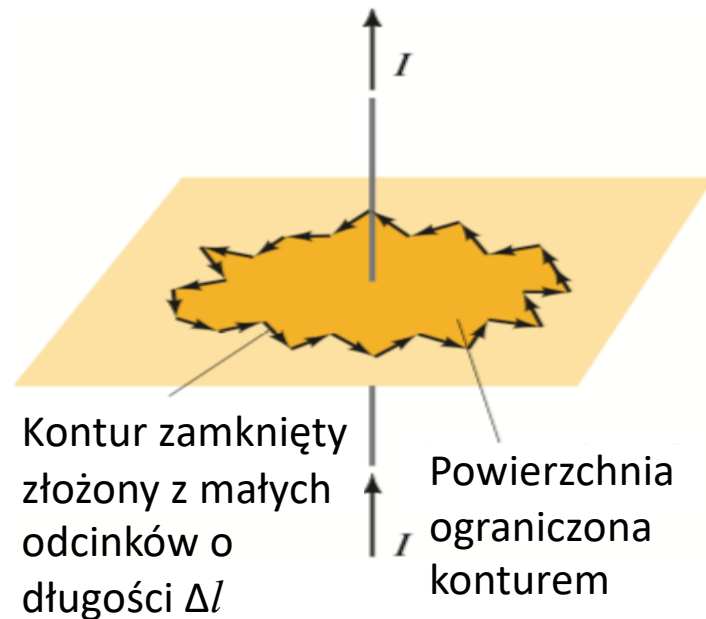


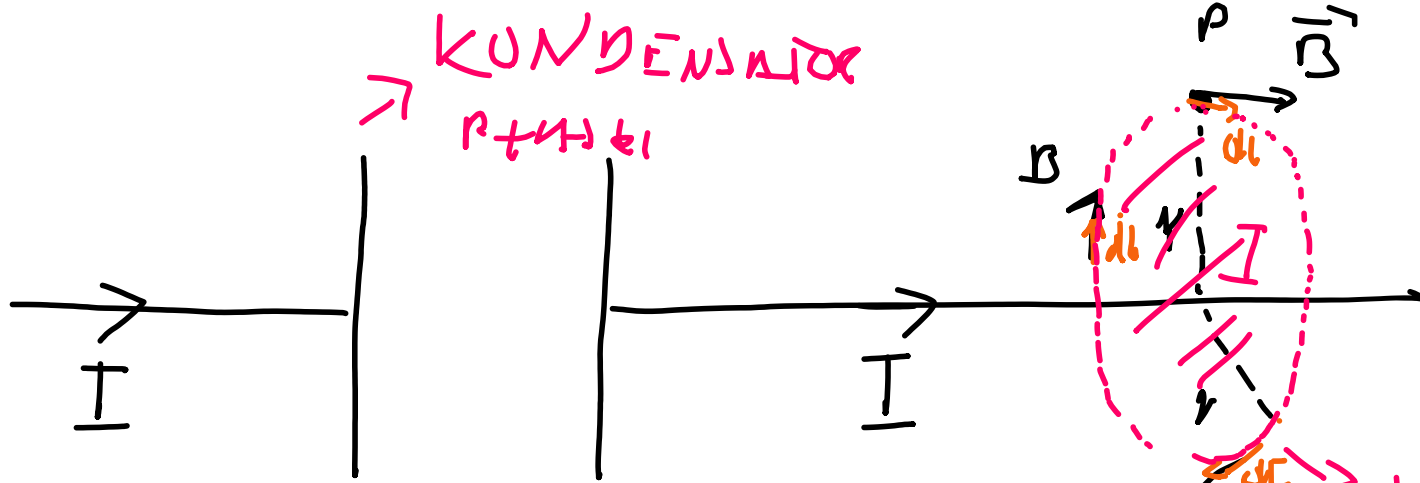
Prąd elektryczny indukuje wirowe pole magnetyczne.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \dots$$

*po konturze
zamkniętym*

Maxwell doszedł do wniosku, że w tym równaniu czegoś brakuje



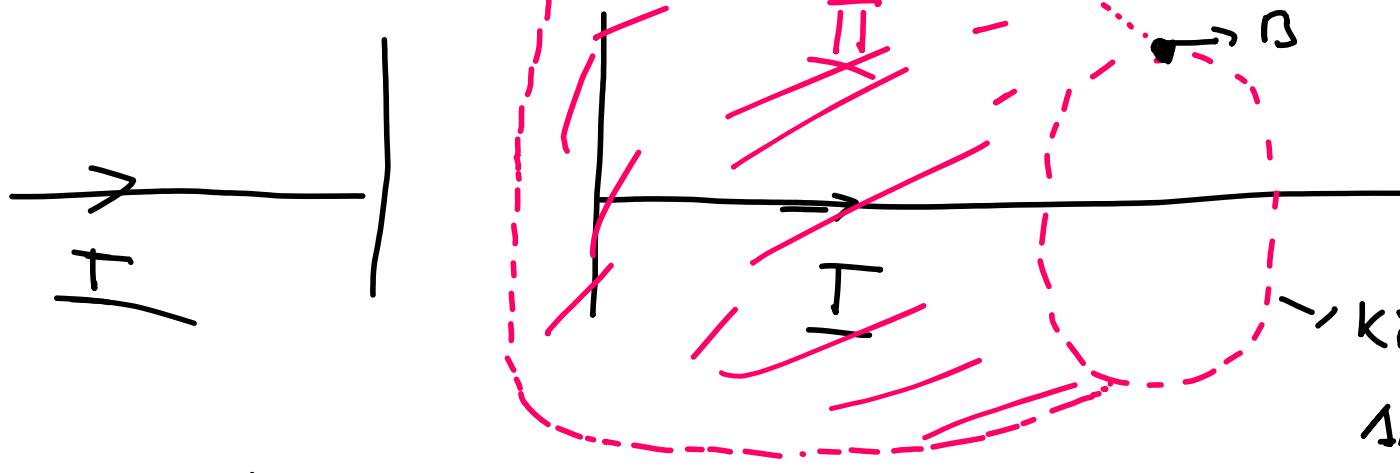


$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

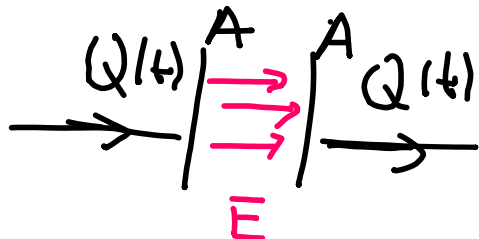
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \neq 0$$

KONTUR
AMPERA

$\updownarrow$ Spinn



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{A \epsilon_0}$$

$$Q(t) = EA \epsilon_0 E$$

$$I_P = \frac{dQ}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} = \epsilon_0 \frac{d(EA)}{dt}$$

$$I_P = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Równania Maxwella

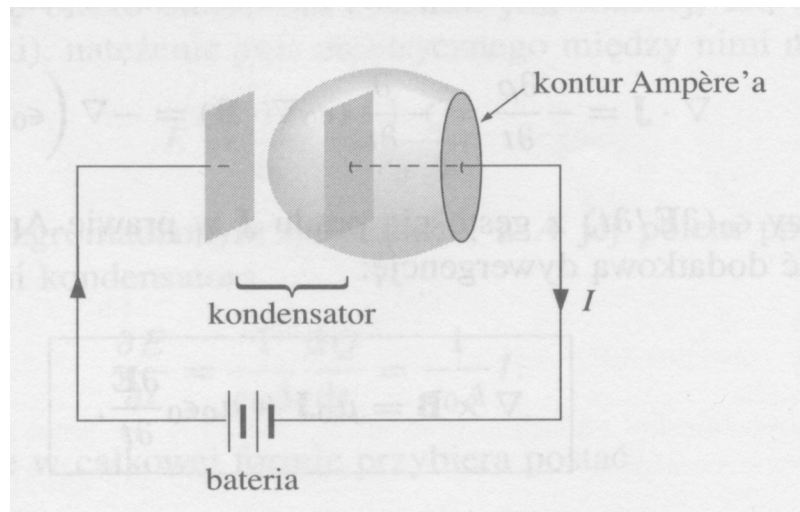
Prawo Ampera + prąd przesunięcia



Prąd elektryczny oraz zmienny strumień pola elektrycznego indukują wirowe pole magnetyczne.

$$\oint_{\text{po konturze zamkniętej}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I_{\text{prąd przewodzenia}} + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_{\text{powierzchnia otwarta}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \right)$$

prąd przesunięcia



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_{\text{przesunięcia}})$$

$$I_{\text{przesunięcia}} = \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_{\text{powierzchnia otwarta}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Równania Maxwella



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{wew}}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

*zamknięta
powierzchnia*

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

*zamknięta
powierzchnia*

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

*po konturze
zamkniętym* *powierzchnia
otwarta*

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \mu_r \left(I + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \right)$$

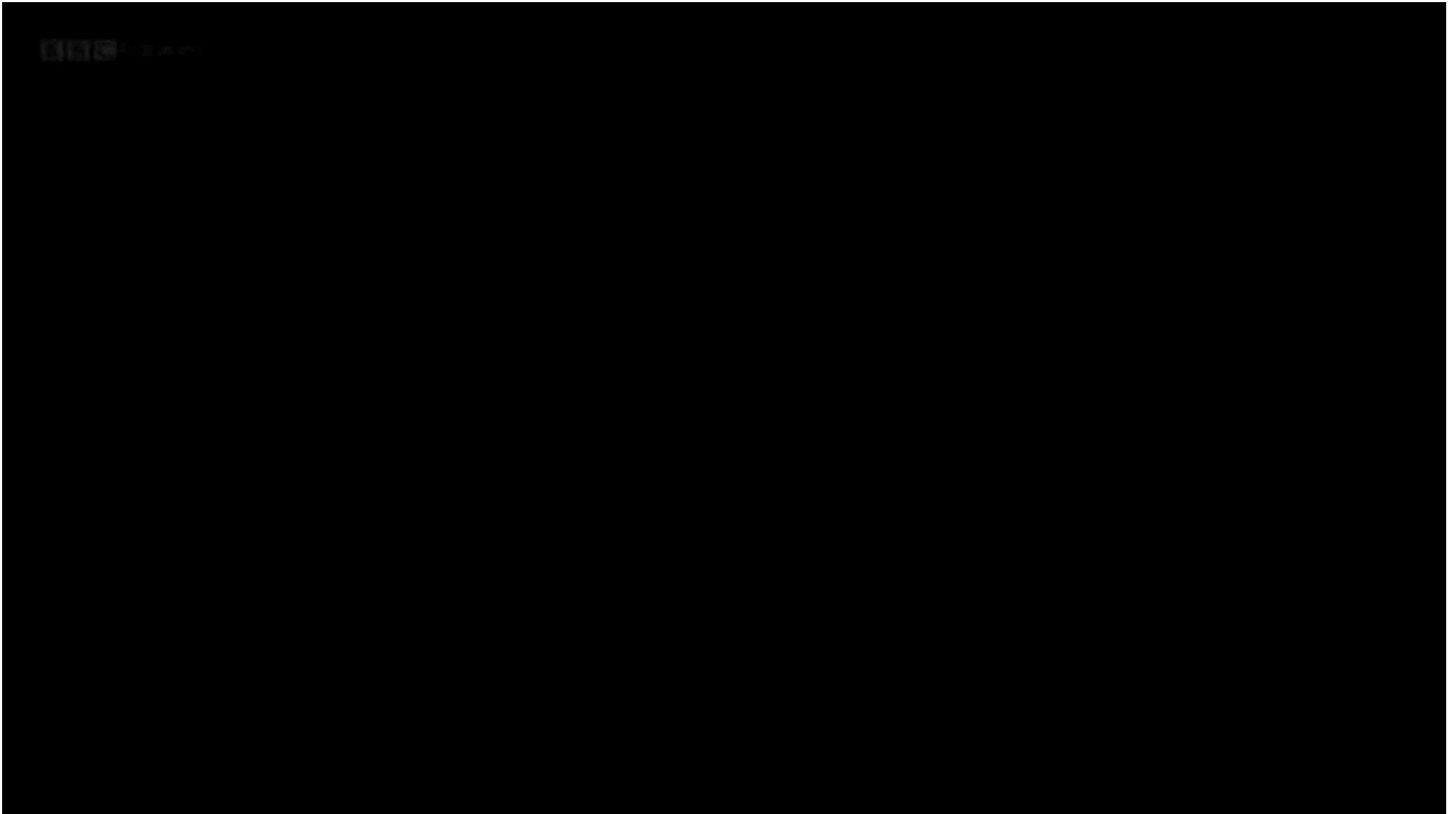
*po konturze
zamkniętym* *powierzchnia
otwarta*

względne przenikalności
elektryczna i magnetyczna:

$$\epsilon_r, \mu_r$$

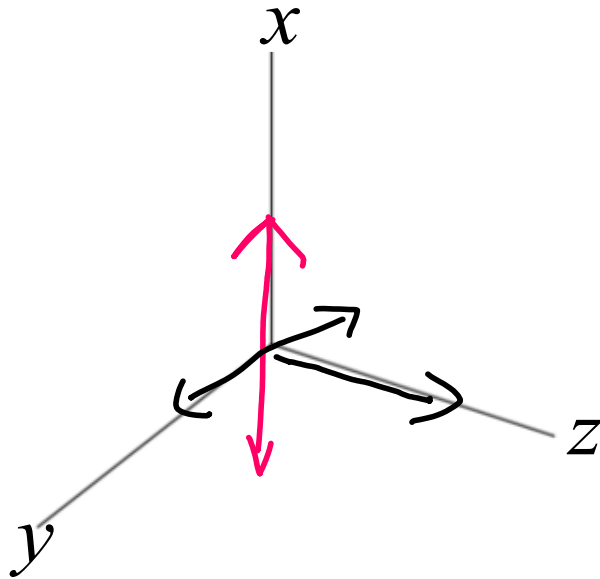
dodane do równań by
uwzględnić obecność materii

Równania Maxwella



<https://www.youtube.com/watch?v=O8OUH0pPyol>

Fale elektromagnetyczne



Fale płaskie w próżni:

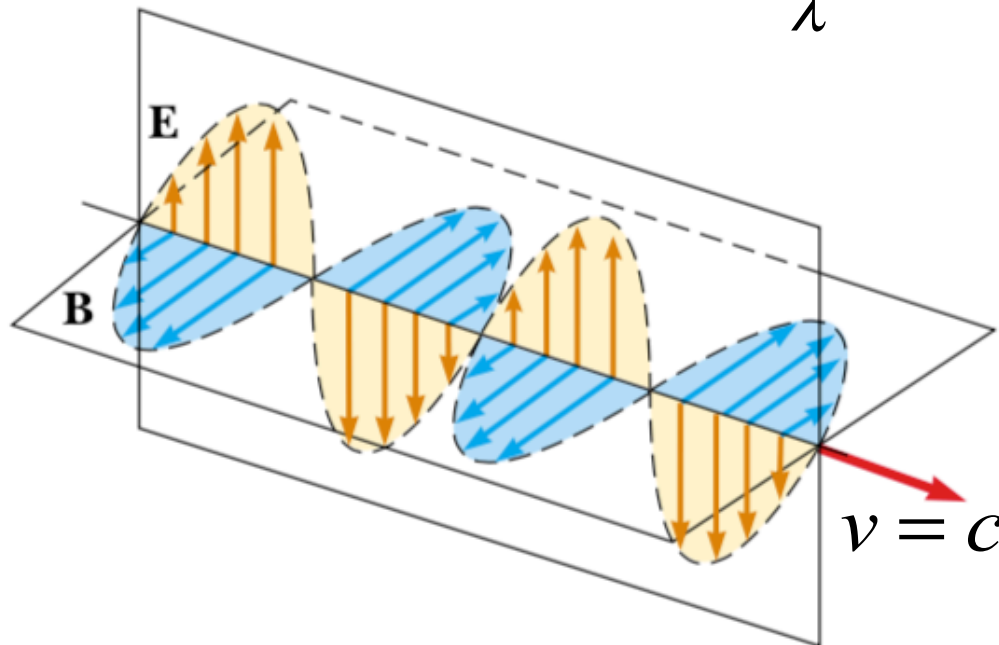
$$\vec{E} = E_0 \hat{x} \cos(kz - \omega t)$$

$$\vec{B} = B_0 \hat{y} \cos(kz - \omega t)$$

fale poprzeczne

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{c}{\lambda} = kc$$

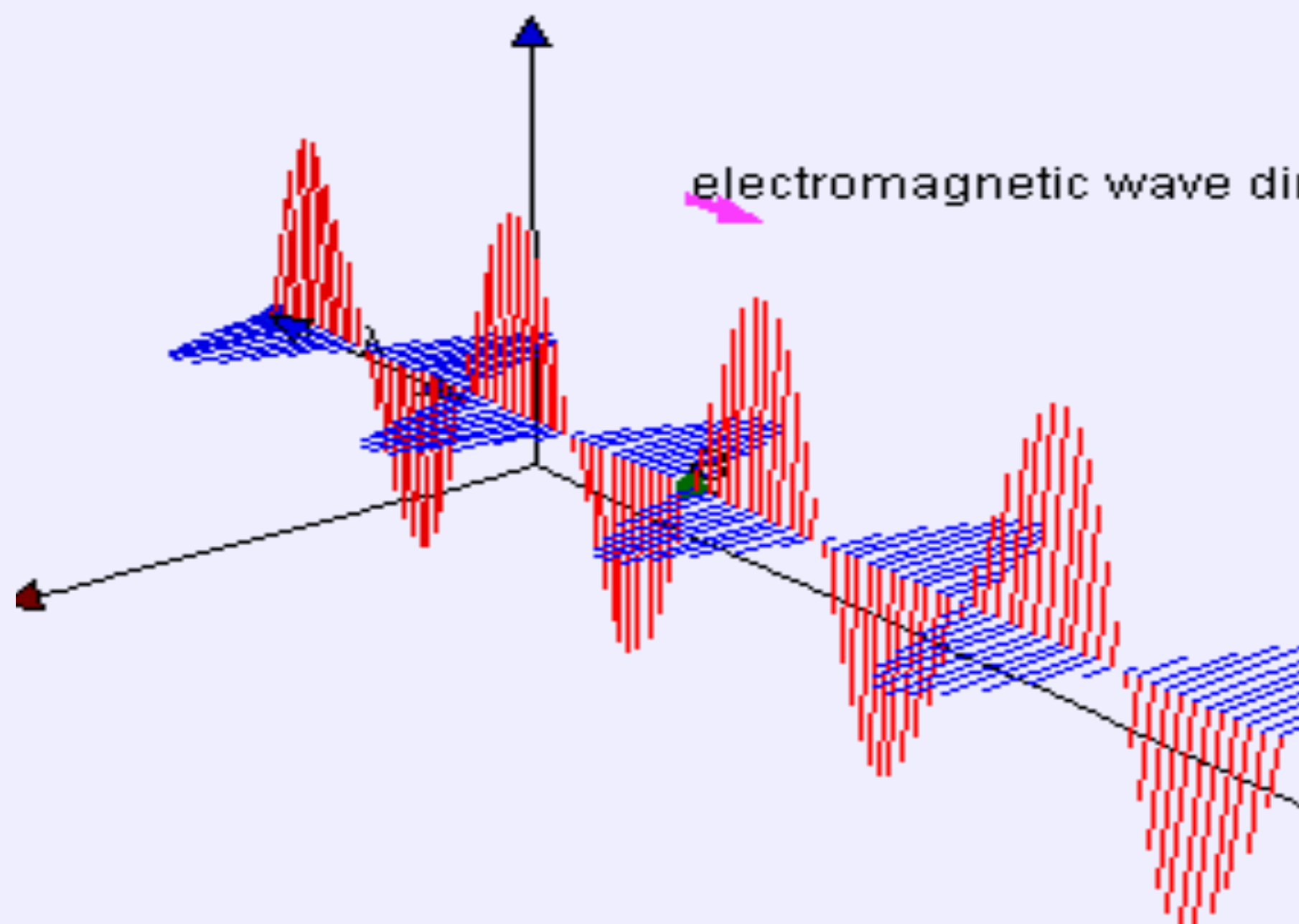


zdjęcie fali w konkretnej chwili

równania fal płaskich
spełniają równania Maxwella
gdy zachodzą dwa warunki:

$$B_0 = \frac{E_0}{c}$$

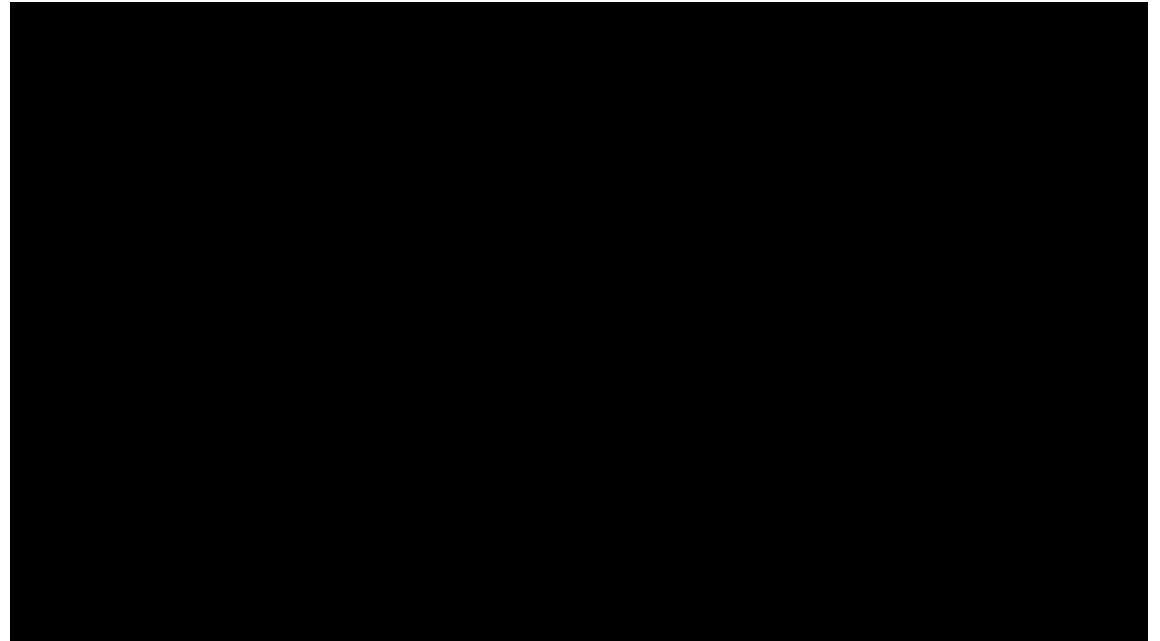
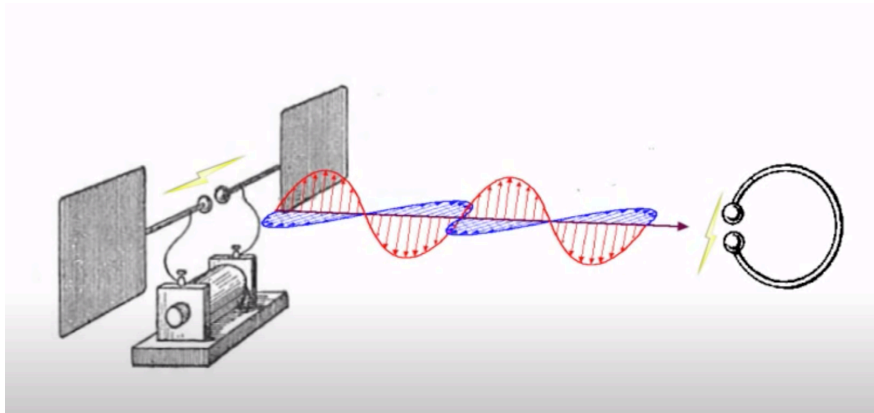
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$



electromagnetic wave di

Eksperymentalne odkrycie fal elektromagnetycznych (konkretnie fal radiowych)

Heinrich Hertz (1886 rok)

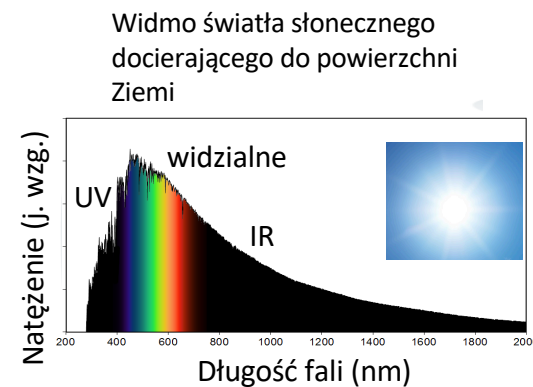
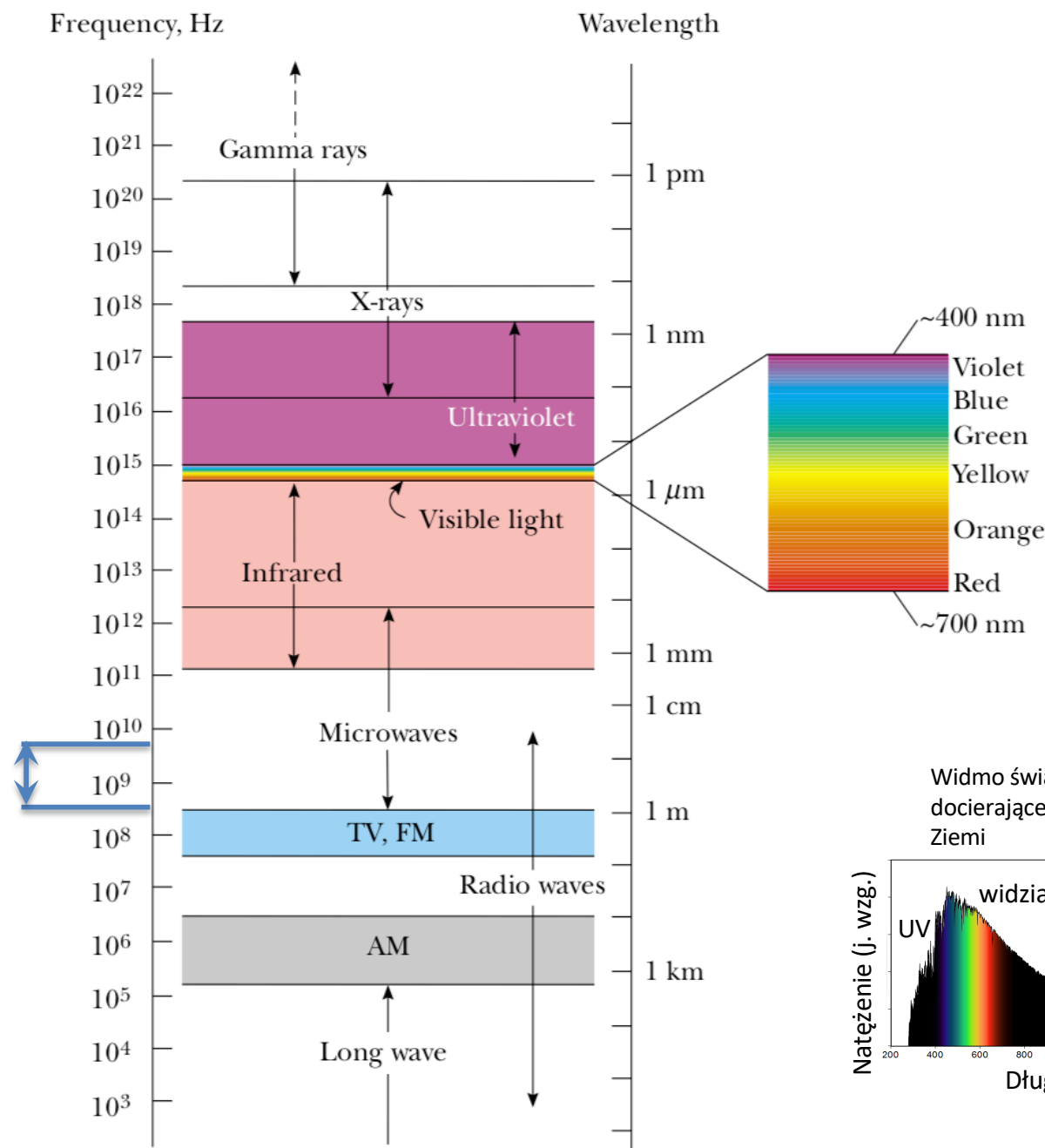


Spektrum fal elektromagnetycznych

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

- GSM (czyli telefonia komórkowa drugiej generacji – 2G) działa w paśmie częstotliwości 900 MHz i 1800 MHz.
- UMTS (lub 3G) działa w pasmach częstotliwości 900 MHz i 2 GHz.
- LTE (lub 4G) działa w pasmach częstotliwości 800 MHz, 1800 MHz oraz 2600 MHz.
- Technologia 5G: Jako pierwsze częstotliwości dla sieci 5G proponowane są zakresy 600-700 MHz, 3-4 GHz, 26-28 GHz i 38-42 GHz.

Częstotliwość rezonansowa wody wynosi 2,45 GHz i to zjawisko jest wykorzystywane w mikrofalówkach.



Energia fal elektromagnetycznych

Pole elektryczne i pole magnetyczne zawierają energię, czyli fale E-M również muszą zawierać energię.

Gęstość energii w polu elektrycznym i magnetycznym fal płaskich:

$$\bar{U}_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int E^2 dV$$

*całkowita energia
pola*

$$\bar{U}_B = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 dV$$

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz - \omega t)$$

[J / m³]

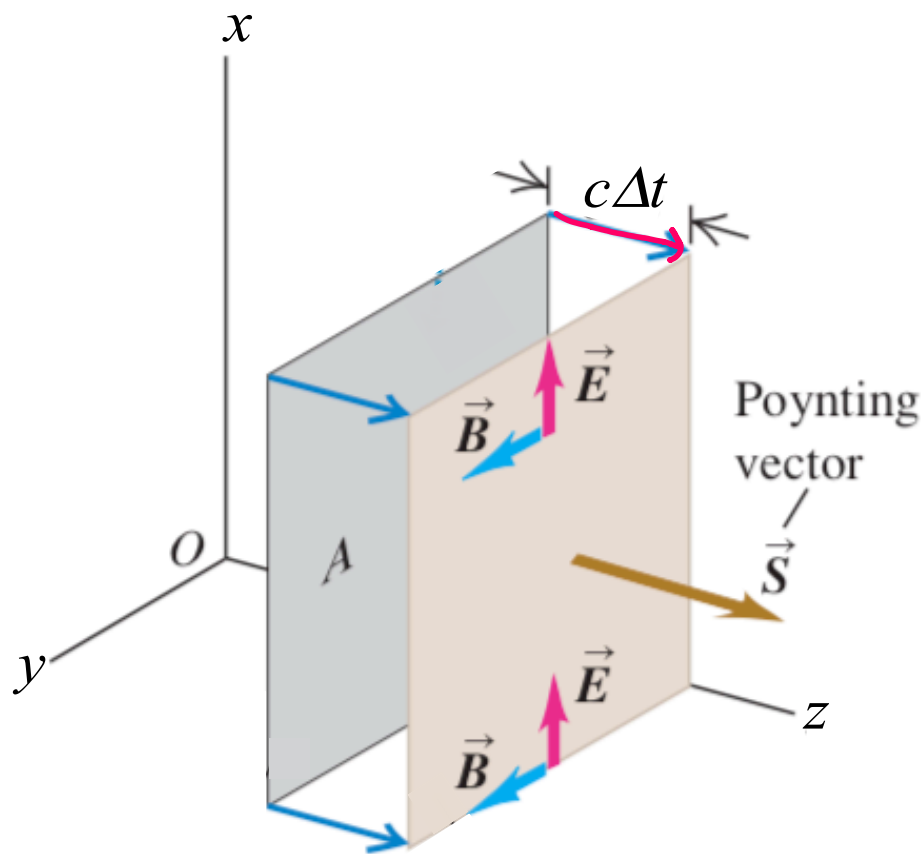
$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{1}{2\mu_0} B_0^2 \cos^2(kz - \omega t)$$

Pamiętając, że dla fal płaskich: $B_0 = E_0 / c$ oraz $c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz - \omega t) = u_E$$

Całkowita gęstość energii: $u_{tot} = \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz - \omega t)$

Energia fal elektromagnetycznych



W czasie Δt przez powierzchnię A prostopadłą do kierunku propagacji fali przepływa energia:

$$U = u_{tot} \Delta V = \epsilon_0 E^2 \cdot A c \Delta t$$

Energia przepływająca przez jednostkową powierzchnię w jednostce czasu:

$$S = \frac{U}{A \Delta t} = \epsilon_0 E^2 c = \frac{EB}{\mu_0}$$

Zapis w formie wektorowej (tzw. wektor Poyntinga):

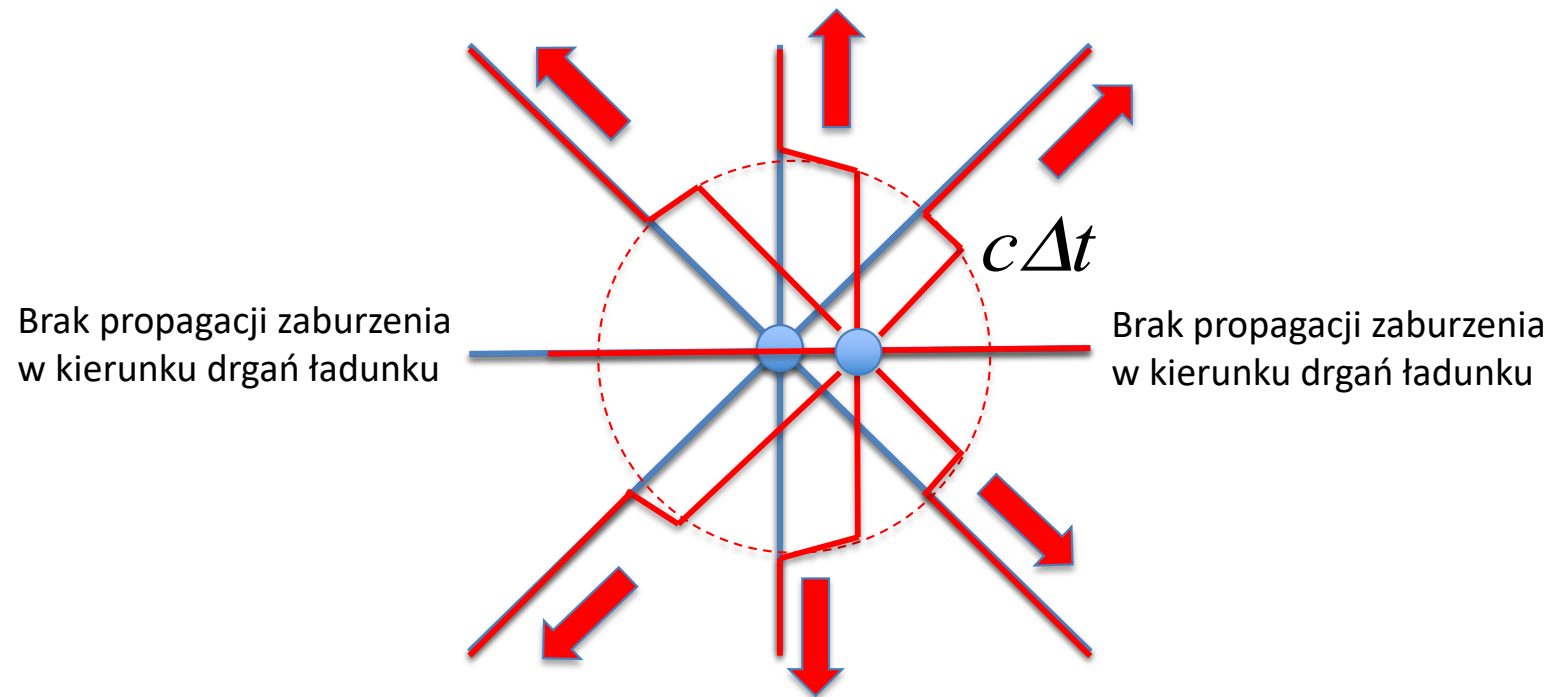
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad [\text{J} / \text{m}^2 \text{s}]$$

Wartość średnią wektora Poyntinga nazywa się natężeniem fali elektromagnetycznej:

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{\mu_0} E_0 B_0 \langle \cos^2(kz - \omega t) \rangle = \frac{1}{2\mu_0} E_0 B_0 = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \quad [\text{W} / \text{m}^2]$$

Źródła fal elektromagnetycznych

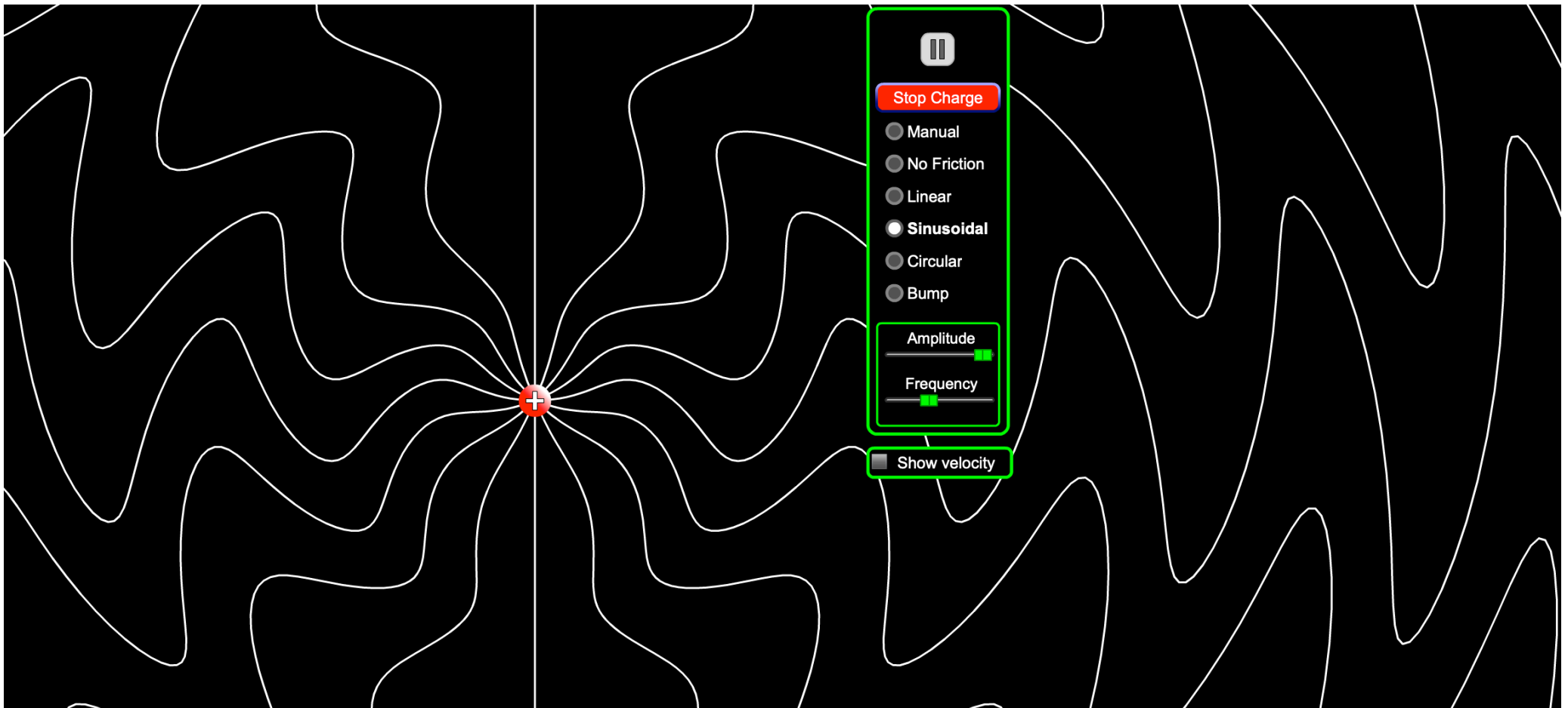
- oscylujący ładunek elektryczny



Źródła fal elektromagnetycznych

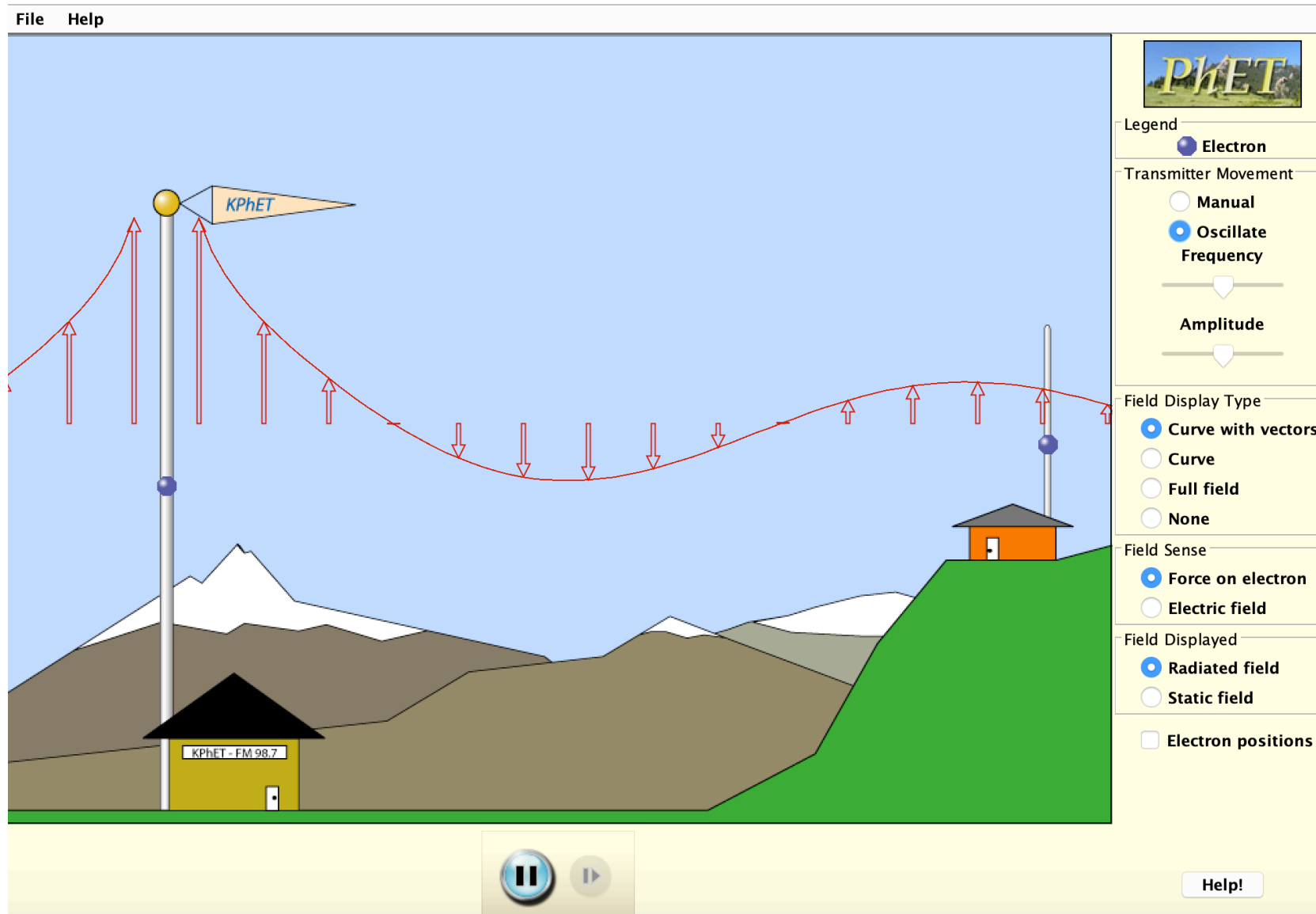
- oscylujący ładunek elektryczny

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/radiating-charge>

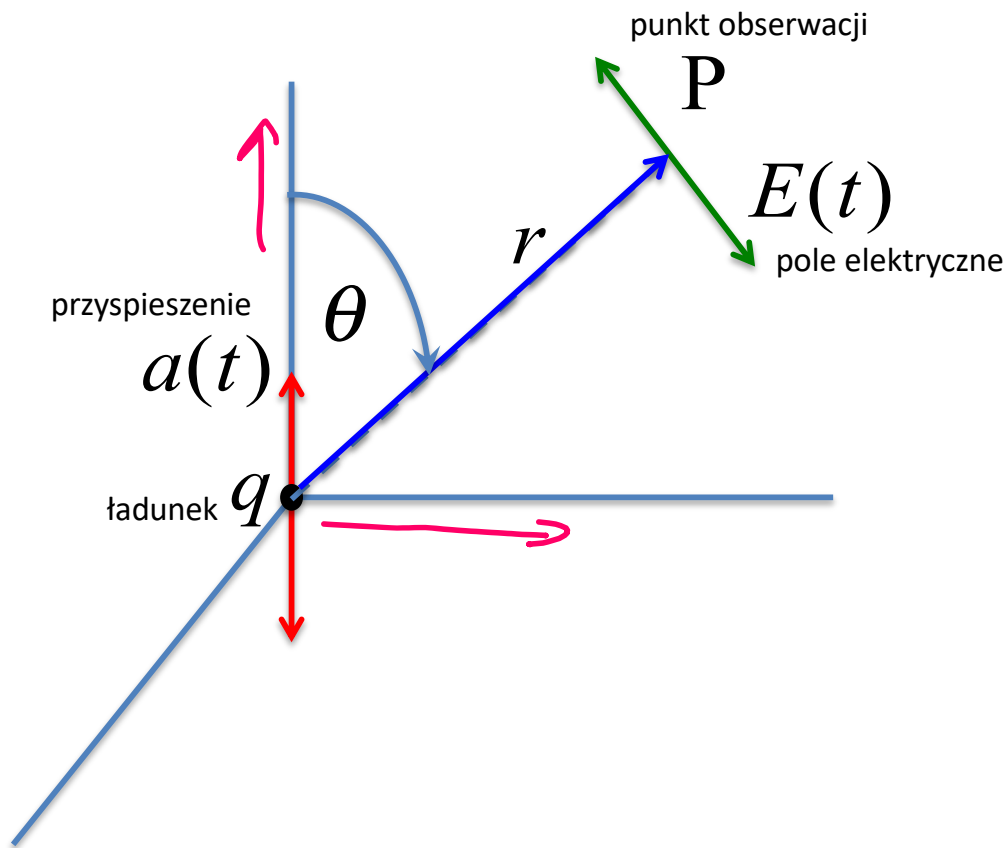


Źródła fal elektromagnetycznych

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/radio-waves>



Emisja fal elektromagnetycznych przez oscylujący ładunek



$$\vec{E} \perp \vec{r}$$

$\vec{E}$, $\vec{r}$, $\vec{a}$ leżą w jednej płaszczyźnie

.... innymi słowy wektor E oscyluje w jednym kierunku – mówimy, że fala elektromagnetyczna jest liniowo spolaryzowana

$$E \propto q \frac{a}{r} \sin \theta$$

Wektor Poyntinga:

$$S \propto E^2 \propto q^2 \frac{a^2}{r^2} \sin^2 \theta$$

Stojąc pod anteną nie uzyskamy żadnego sygnału bo $\theta = 0$.

Maksymalna energia emitowana jest w kierunku prostopadłym do drgań ładunku, $\theta = \pi/2$.

Polaryzacja fal elektromagnetycznych

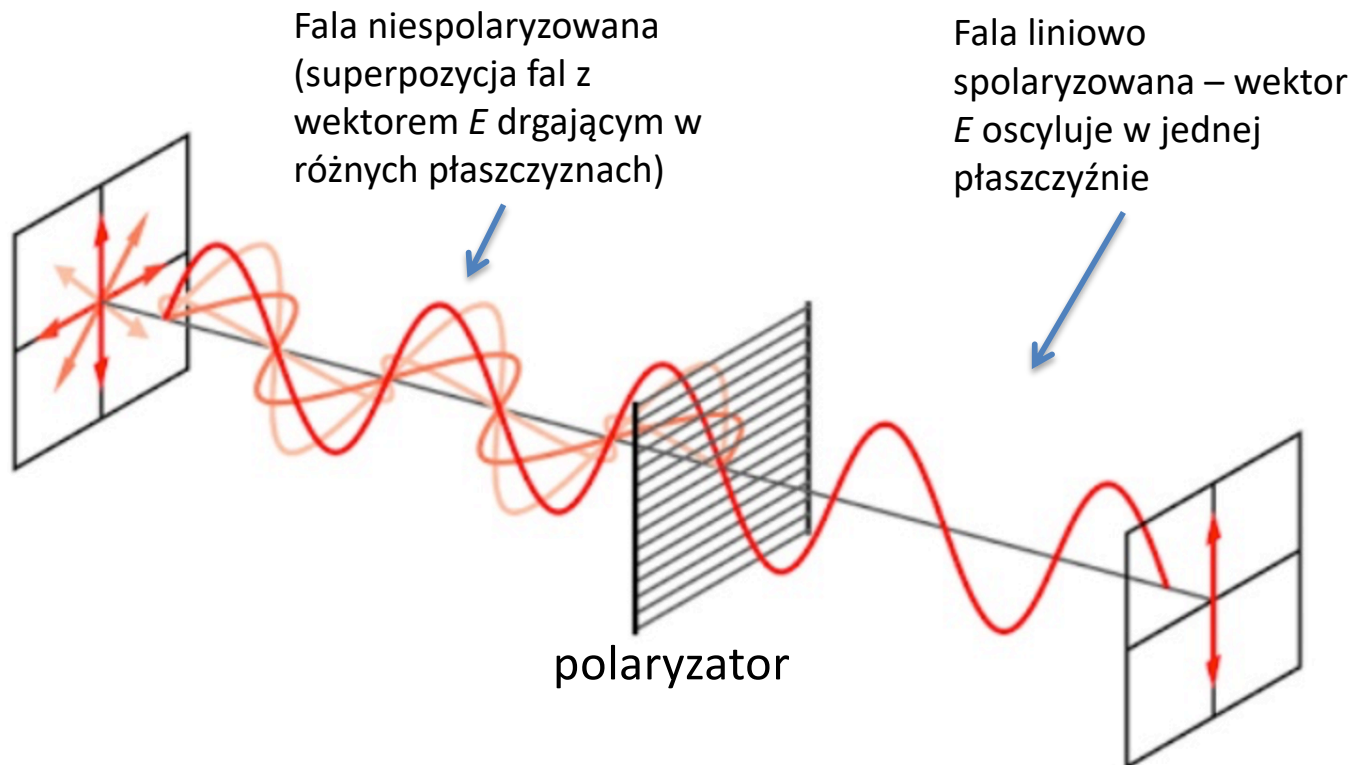
Elektrony w antenie oscylują w jednym kierunku produkując falę liniowo spolaryzowaną



Elektrony w rozgrzanym włóknie żarówki przyspieszane są w sposób chaotyczny – produkując falę niespolaryzowaną



Falę niespolaryzowaną można spolaryzować za pomocą polaryzatora:



Polaryzacja na przykładzie fal radiowych



<https://www.youtube.com/watch?v=Vwjcn4VI2iw>

Jak działa polaryzator?

Każdy wektor elektryczny fali niespolaryzowanej możemy rozłożyć na dwie składowe w dowolnych kierunkach wzajemnie prostopadłych.

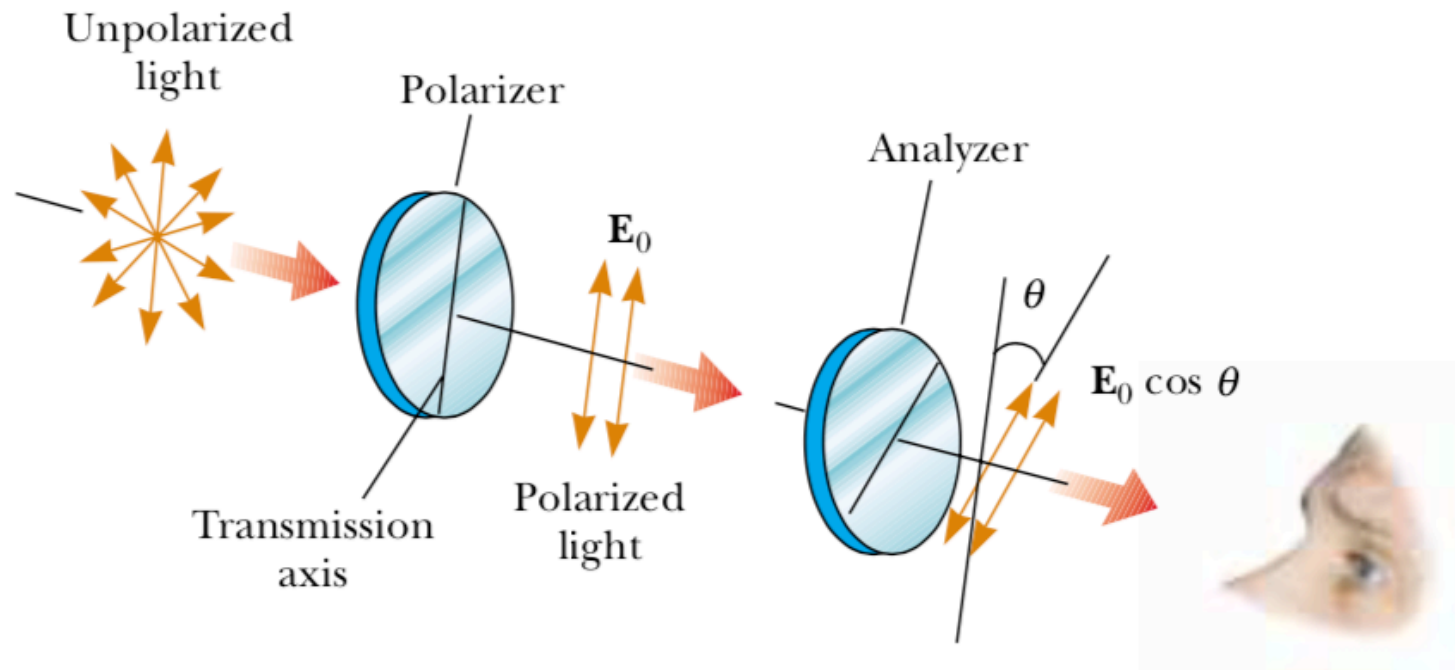


Po przejściu fali niespolaryzowanej przez polaryzator idealny, natężenie fali maleje o $1/2$. W rzeczywistych polaryzatorach natężenie wyjściowe jest nieco mniejsze.

<https://www.youtube.com/watch?v=m8hQ2un6nqw>

Układ polaryzator - analizator

Prawo Malusa



Natężenie fali elektromagnetycznej $I \sim E^2$. Jeżeli I_0 oznacza natężenie fali spolaryzowanej liniowo, to natężenie tej fali po przejściu przez drugi polaryzator (tzw. analizator) wynosi:

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

(Prawo Malusa)

(odkryte eksperymentalnie)

Ile spada natężenie światła wejściowego (niespolaryzowanego) po przejściu przez układ polaryzator – analizator dla $\theta = 45^\circ$?

Układ polaryzator - analizator

Prawo Malusa



<https://www.youtube.com/watch?v=E9qpbt0v5Hw>