FIZYKA
w Szkole z Astronomią

CZASOPISMO DLA NAUCZYCIELI

353 (LXII) indeks 35810X **Nr 6 listopad/grudzień 2017** CENA 27,50 zł (w tym 5% VAT)

DYDAKTYKA

Jak popularyzować fizykę?

Jak uczą fizyki w USA?

ASTRONOMIA

Kobiety w historii astronomii

Co zawiera ziemska atmosfera

„Ciało pod kontrolą", czyli co mierzą nieinwazyjne sensory

Fenomen magnetyzmu

- pomiar ziemskiego pola magnetycznego
- doświadczenia z magnesem

ISSN 0426-3383

Eksperymentalne wariacje na temat prawa Lenza

Andrzej **Karbowski**, Krzysztof **Służewski**, Kamil **Fedus**, Grzegorz **Karwasz**

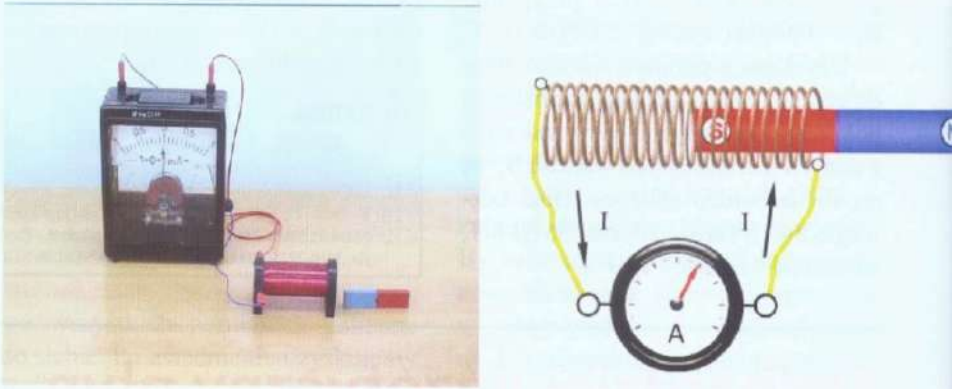
Prof. Tadeusz Wibig [1] w numerze 2/2016 „Fizyki w Szkole" przybliża postać Heinricha Friedricha Emila Lenza – urodzonego w Estonii, o niemieckim nazwisku a profesora w Rosji. W niektórych krajach jego nazwisko jest wymieniane łącznie z Faradayem i Neumannem [2].

O ile Faraday (i Henry) odkryli doświadczalnie prawo indukcji elektromagnetycznej a Franz Ernst Neumann nadał mu postać matematyczną, to wkład Lenza wydaje się niewielki – określił kierunek powstającego prądu. Nie jest to jednak wkład nieważny, a wręcz zasadniczy. W żartobliwy sposób w naszej pracy na konferencji dydaktyki fizyki GIREP nazwaliśmy to prawo „historią jednego znaku minus" [3]. Tak! w równaniu indukcji elektromagnetycznej

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (1)$$

pojawiający się znak minus nastręcza poważne kłopoty. Strumień indukcji magnetycznej zmienia się wzdłuż a prąd płynie po obwodzie

Ryc. 1. Magnetyczna dyskusja. Rysunek satyryczny, którego autorem jest wybitny fizyk jądrowy, pochodzenia austriackiego, Bruno Touschek (1921-1978) [4].



Ryc. 2. Doświadczenie z wsuwaniem magnesu i model z projektu EU „Supercomet". Rysunek na prawo jest kompletnie niejasny: magnes wsuwamy czy wysuwamy? Nieco sarkastycznie, wynik „do zapamiętania" dla ucznia to: gdy wsuwamy czerwony koniec, to wskazówka idzie w prawo.

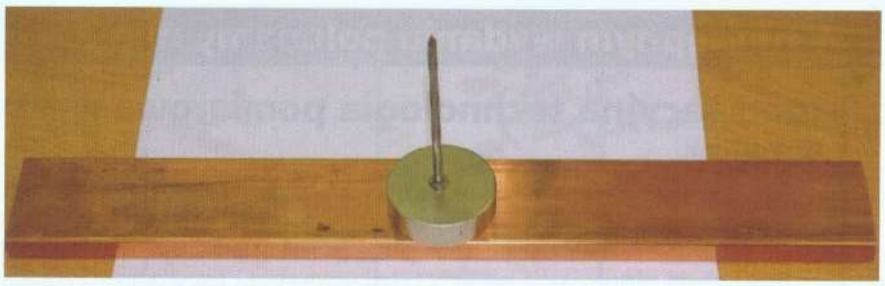
– gdzie tu znak minus! Ale jak podkreśla prof. Wibig, ten znak minus to właśnie prawo zachowania energii. Gdyby powstający prąd generował pole magnetyczne wciągające wsuwany magnes, po początkowym zbliżeniu magnesu prąd powstawałby spontanicznie: perpetuum mobile!

W referacie [3] podkreślamy, że dydaktyczna „tortura" polskiej dydaktyki nad określaniem *kierunku* prądu już dawno spotkała się z krytyką, np. we Włoszech [4]. Szansa, że w skomplikowanym rozumowaniu: jaki jest kierunek linii pola magnetycznego (od N do S, czy na odwrót) → czy wsuwanie to wzrost strumienia → w którym kierunku są nawinięte zwoje w cewce → w którym kierunku powinien płynąć prąd, aby indukowane pole magnetyczne przeciwdziałało zmianie strumienia, prawdopodobieństwo, że uczeń da odpowiedź poprawną jest 1/16. W zwykłym zgadywaniu – ½! A serio – trochę ten łańcuch rozumowania można uprościć, ale wiedza, w którym kierunku powstaje prąd jest:

- trudna do zrozumienia, nawet dla zawodowych fizyków, tak naukowców, jak dydaktyków[1],
- tym trudniejsza dla uczniów, co oznacza – odstraszająca od fizyki,
- ale przede wszystkim – *społecznie* ***bezużyteczna.***

Czy indukowany prąd popłynie w prawo, czy w lewo, mogło to mieć znaczenie w starym, ebonitowym mierniku ze wskazówką, ale nie we współczesnych, zgrabnych, kolorowych i uniwersalnych miernikach cyfrowych.

W międzynarodowym programie Leonardo da Vinci MOSEM [5], koordynowanym przez ZDF UMK, opracowana została seria doświad-



Ryc. 3. Pomoce dydaktyczne potrzebne do wykonania doświadczenia nr 1.

[1] W koordynowanym w Polsce przez jednego z nas (GK) projekcie UE Supercomet, po trzech miesiącach międzynarodowej dyskusji, w końcowej wersji materiałów dla uczniów kierunek prądu był i tak błędny.

czeń ilustrujących regułę Lenza – ten „jeden znak minus w równaniu". Wszystkie one są opisane na stronach internetowych ZDF UMK [6] i w publikacji książkowej [7]. Niektóre z doświadczeń są zaskakujące. Oczywiście, doświadczenia prof. Wibiga, na przykład to z patelnią, proponujemy jako pierwsze, gdyż wymagają one jedynie magnesu i „przyrządów" z kuchni.

1. Miękkie lądowanie

Do przeprowadzenia doświadczenia potrzebny jest duży magnes neodymowy, gwóźdź i miedziana sztabka (do zamówienia np. w ZDF UMK, całość po cenie kosztów 82 zł, w tym przesyłka).

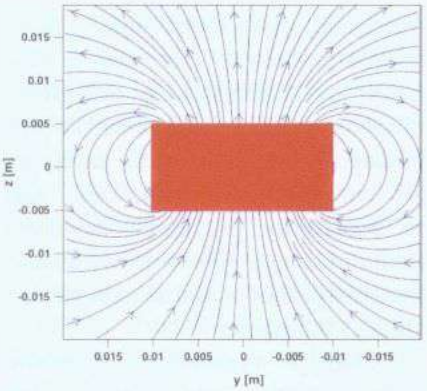
Wykonanie:

Umieszczamy duży gwóźdź pionowo na magnesie tak, jak jest to pokazane za zdjęciu, ryc. 3. Na stole kładziemy miedzianą sztabkę. Podnosimy (powoli) gwóźdź z magnesem na wysokość 3-4 cm nad sztabkę i swobodnie puszczamy. Magnes spada z przyspieszeniem grawitacyjnym, ale w pobliżu sztabki nagle zwalnia tak, że nie słychać jego uderzenia w sztabkę. Film z doświadczeniem jest pokazany w dodatku multimedialnym do niniejszego artykułu [8].

Wyjaśnienie:

Magnesy neodymowe, jak na ryc. 3, są bardzo silne – indukcja magnetyczna w pobliżu ich biegunów (podstaw walców) osiąga nawet 1 T, ale pole dość szybko zanika w miarę oddalania się od tych biegunów, jak pokazuje ryc. 4. Strumień magnetyczny obejmowany przez sztabkę zmienia się szybko, dopiero gdy magnes jest blisko. Sztabka jest gruba, wykonana z miedzi – czyli sumaryczny opór „wirtualnego drutu", przez który płynie prąd, jest niewielki. Indukują się więc duże prądy, które istotnie spowalniają spadek magnesu tak, że ląduje on „miękko".

Więcej: Próba nagłego podniesienia magnesu nad sztabkę spotka się z wyraźnym „oporem" – im szybciej próbujemy podnieść magnes, tym większej (ponad jego ciężar) siły należy użyć. Dla porównania to samo doświadczenie powtarzamy nad stołem. Prawa Galileusza spadku swobodnego obowiązują! (Uwaga! magnesy są kruche, więc doświadczenia nie wykonujemy nad marmurową podłogą.)



Ryc. 4. Linie sił pola magnetycznego w pobliżu magnesu neodymowego, jak z doświadczenia nr 1. Model numeryczny MatLab według [9]. Zwraca uwagę, że linie „zawracają" już w pobliżu podstaw magnesu (czyli jego biegunów).

Obliczenie (zadanie 1):

Do doświadczenia używamy magnesu o promieniu R=2 cm i masie m=40 g. Zmierzona (punktową sondą Halla) indukcja przy jego podstawie wynosi średnio B=0,5 T. Obliczymy, ile wynosi czas spadku t z wysokości 2 mm (w tej odległości pole magnesu jest stosunkowo jednorodne). Założymy, że w trakcie tego spadku zmiana strumienia magnetycznego $\Delta\Phi$ przechodzącego przez miedzianą płytkę wynosi połowę Φ, czyli

$$\Delta\Phi = \tfrac{1}{2}\pi R^2 B \qquad (2)$$

Dla obliczenia siły działającej na magnes dokonamy kolejnego uproszczenia, korzystając ze wzoru na siłę $\boldsymbol{F}$ działającą na przewodnik z prądem w polu magnetycznym (siłę Lorenza):

$$\boldsymbol{F} = I\,\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}, \qquad (3)$$

gdzie I jest natężeniem prądu w przewodniku, $\boldsymbol{B}$ – wektorem indukcji pola, $\boldsymbol{l}$ – długością przewodnika. Dla prądów prostopadłych do pola iloczyn wektorowy przyjmuje wartość:

$$F = I\,l\,B \qquad (4)$$

W jednostajnym spadku, jakim jest „miękkie lądowanie", siła ta równoważy ciężar magnesu mg.

Siła elektromotoryczna (= napięcie powodujące przepływ prądu w płytce) wyraża się wzorem $U=\Delta\Phi/t$ (zaniedbujemy znak minus, jako nieistotny w obliczeniach). Natężenie przepływającego prądu wynosi $I = U/R$. Wartość tego prądu zależy od oporu R przewodnika.

Zakładamy, że prąd płynie w płytce po okręgu równym obwodowi magnesu, w obszarze o przekroju kwadratowym S = 1x1 cm^2 (grubość płytki to 1 cm). Opór naszego zastępczego „drutu" wynosi

$$R = \rho l/S, \qquad (5)$$

Opór właściwy miedzi to ρ=1,7x10^{-8}Ωm.

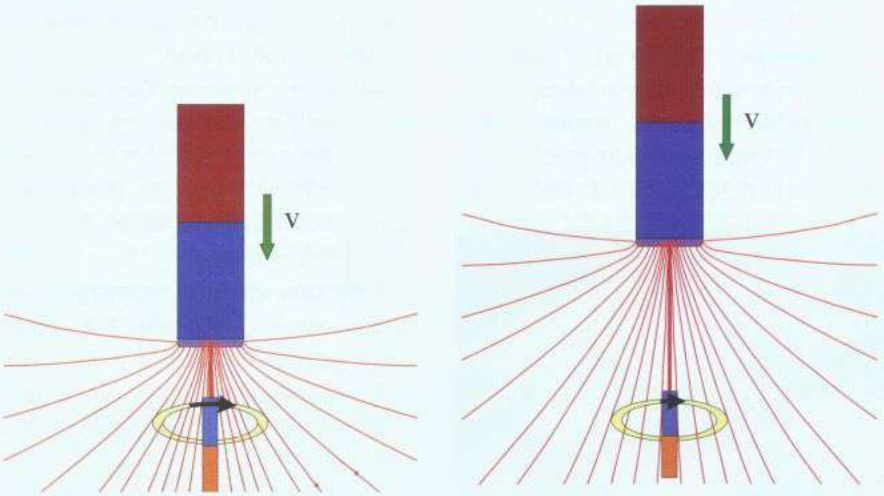
Uporządkujmy rozważania: 1) równość sił daje $IBl = mg$, stąd

$$I = mg/Bl \qquad (6)$$

2) indukowany prąd

$$I = US/\rho l = \Delta\Phi S/\rho l t = \tfrac{1}{2}\pi R^2 BS/\rho l t \qquad (7)$$

Z porównania tych dwóch ostatnich wzorów $\tfrac{1}{2}\pi R^2 BS/\rho l t = mg/Bl$



Ryc. 5. Dlaczego indukowany prąd jest największy, gdy magnes jest blisko? Próba modelu matematycznego dla magnesu sztabkowego. Gdy magnes jest daleko, przesunięcie o tę samą odległość powoduje mniejszą zmianę strumienia, niż gdy magnes jest bliżej. Mały magnes „wirtualny", narysowany tu wewnątrz pętli, przeciwdziała wsuwaniu magnesu rzeczywistego. Kierunek prądu pokazuje czarna strzałka, a przyjmowane zwyczajowo kierunki linii sił pola magnetycznego („tak jak poruszałyby się północne monopole magnetyczne") – strzałki czerwone.

otrzymujemy wyrażenie na czas spadku

$t = \frac{1}{2}\pi R^2 B^2 S/mg\rho$ (8)

(długość „drutu" l okazuje się nieistotna).

Podstawiając wartości liczbowe otrzymujemy $t = 2{,}4$ s. Rzeczywiście miękkie lądowanie!

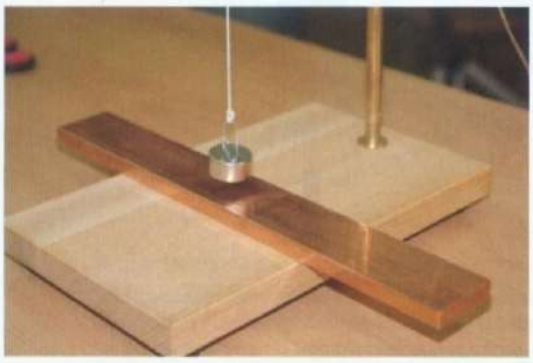
Najbardziej „grubym" założeniem była przyjęta zmiana strumienia jako $\Delta\Phi = \frac{1}{2}\Phi$. W rzeczywistości strumień zmienia się nieco mniej, a czas spadku z wysokości 2 mm to około jedna sekunda.

Oczywiście, dokładne modelowanie numeryczne pozwoliłoby na lepsze przybliżenie. Jako pierwszy krok niezbędny jest model magnesu, co wcale nie jest łatwe. Na ryc. 5 przedstawiamy model magnesu sztabkowego (obliczony z prawa Biota-Savarta [7]), w momencie wsuwania do pętli z przewodnika.

Zbliżanie magnesu, z liniami indukcji „zacieśniającymi się" przy biegunach, powoduje wzrost strumienia, który przenika przez pętlę. Zgodnie z prawem Lenza indukuje się taki kierunek prądu, że wytworzone przez ten prąd pole magnetyczne wypycha wsuwany magnes. Na ryc. 5 ilustrujemy to za pomocą małego magnesu (wirtualnego) wewnątrz pętli. Model pokazuje też, że im bliżej magnes jest pętli (ale jedynie w sytuacji jak na rysunku), tym większy indukowany prąd – większa zmiana strumienia objętego przez pętlę przy takim samym przesunięciu magnesu.

2. Leniwe wahadło

Odmianą „miękkiego lądowania", wykonaną z tym samym zestawem pomocy jest „leniwe wahadło". Za pomocą zgiętego spinacza zawieszamy magnes na nitce, nad miedzianą płytą, odchylamy i swobodnie puszczamy, zob. ryc. 6. Wahadło, w zależności od odległości od płyty wykona nieco ponad ćwierć pełnego wahnięcia, albo zatrzyma się nad punktem równowagi. Jest to znakomity przykład oscylatora harmonicznego (jakim jest wahadło matematyczne) w warunkach bardzo silnego tłumienia.



Ryc. 6. Leniwe wahadło – przykład silnie tłumionego oscylatora harmonicznego.

Pozostaje wyjaśnić, że tłumienie (siła „oporu") jest proporcjonalne do prędkości liniowej magnesu, tak jak się to zakłada dla metalowej kulki w oleju. Pokazujemy to poprzez kolejne zadanie.

Zadanie 2

Po równi zbudowanej z dwóch miedzianych szyn (połączonych u góry poprzez opornik R, zob. ryc. 7) i umieszczonej w jednorodnym, pionowym polu magnetycznym, zsuwa się miedziana poprzeczka o masie m. Znaleźć prędkość, z jaką się zsuwa. Kąt nachylenia równi do poziomu wynosi α, a odległość między szynami L. Pomijamy opór elektryczny szyn i poprzeczki oraz siły tarcia.

Rozwiązanie:

Zgodnie z definicją, strumień indukcji magnetycznej w pętli przewodnika zamkniętej przez szynę i poprzeczkę wynosi (zob. ryc. 7)

$\Phi = Blx \cos\alpha$ (9)

(gdyż kąt α jest też kątem między wektorem B a wektorem prostopadłym do powierzchni wyznaczonej przez szyny).

Poprzeczka zsuwa się z prędkością v a więc w czasie Δt strumień rośnie o

$\Delta\Phi = Bl(v\Delta t)\cos\alpha$ (10)

Zgodnie z prawem Faradaya-Lenza siła elektromotoryczna wynosi

$U = Blv \cos\alpha$ (11)

W czasie Δt energia potencjalna poprzeczki zmniejsza się o

$\Delta E = mgv\Delta t \sin\alpha$ (12)

Utracona energia potencjalna zamienia się w pracę (Joule'a) prądu elektrycznego

$W = U^2 \Delta t / R$ (13)

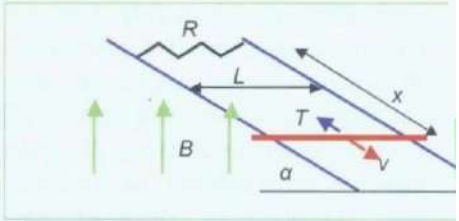
Pomijając Δt otrzymujemy równość

$mgv\sin\alpha = U^2/R =$

$= (Blv \cos\alpha)^2/R$ (14)

a stąd wartość na prędkość stacjonarną poprzeczki

$v = mgR \sin\alpha / B^2 l^2 \cos^2\alpha$ (15)



Ryc. 7. Zsuwająca się poprzeczka w polu magnetycznym (zadanie nr 2). Siła „oporu Lenza" T, wynikająca z indukowanego w obwodzie prądu, zaznaczona jest niebieską strzałką. Kierunek indukowanego prądu, niezależnie od kierunku pola B jest taki, że ruch poprzeczki jest spowolniony.

Kontrolujemy logiczną poprawność wyniku: im większa masa, tym większa prędkość, im większa indukcja B, tym mniejsza prędkość (zależność kwadratowa), im większy opornik R, tym większa prędkość (bo mniejszy płynący w obwodzie prąd).

Wynik można też uzyskać rozważając siłę Lorentza działającą na poprzeczkę, przez którą płynie prąd I. Siła ta wynosi $F=IBl$, ale działa w kierunku poziomym (jest prostopadła, zgodnie z równaniem (3) z poprzedniego przykładu, zarówno do B jak do l). Siła powodująca zsuwanie się poprzeczki to składowa wzdłuż równi siły ciężkości $mg\sin\alpha$. Ta siła jest równoważona przez składową wzdłuż równi siły Lorentza, czyli $F\cos\alpha$. Wyrażenie na siłę T „oporu Lenza" w zsuwaniu się poprzeczki w polu magnetycznym jest następujące:

$T = IBl \cos\alpha =$

$= (Blv\cos\alpha/R)\, Bl \cos\alpha$ (16)

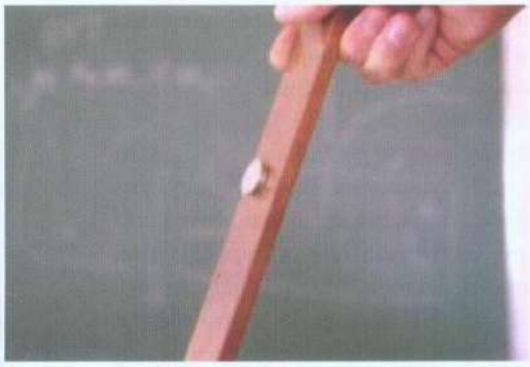
Siła „oporu Lenza" jest więc proporcjonalna do prędkości, jak w ruchu metalowej kulki w oleju, zob. [10]. Z równości sił otrzymujemy zależność

$mg\sin\alpha =$

$= (B^2 l^2 v \cos^2\alpha)/R$ (17)

identyczną z równaniem (15).

Zauważmy, że do uzyskania tego ciekawego wyniku nie potrzebne są rozważania o kierunku indukowanego prądu – jak działają siły, można wywnioskować poprzez ogólne zasady rozumowania logicznego. Zadanie wielokrotnie było zadawane na sprawdzianach na I roku „macierzystej" uczelni (Uniwersytetu w Trento) jednego z nas (GK). Wprowadza nas ono w kolejny problem, nie tak prosty do modelowania – zsuwający się po miedzianej równi neodymowy magnes.



Ryc. 8. Neodymowy magnes zsuwający się po miedzianej równi.

3. Magnes zsuwający się po miedzianej równi

Do wykonania doświadczenia potrzebny jest magnes neodymowy (mniejszy niż poprzednio) i ta sama miedziana sztabka.

Wykonanie:

Trzymamy w dłoni miedzianą sztabkę nachyloną pod dużym kątem do poziomu i na szczycie równi kładziemy magnes neodymowy płasko, tak jak to pokazano na zdjęciu (Ryc. 8). Obserwujemy, w jaki sposób magnes porusza się w dół.

Wyjaśnienie:

Jest to kolejne doświadczenie potwierdzające istnienie prądów indukowanych w przewodniku (w tym przypadku w miedzianej sztabce) pod wpływem zmian zewnętrznego strumienia magnetycznego. Magnes przesuwa się po równi tak, że strumień magnetyczny przenika coraz to nowe obszary przewodnika. Magnes nie „odkleja się" od równi, nawet dla dużych kątów nachylenia, rzędu 80°.

Ruch, szczególnie dla większych kątów nachylenia jest z bardzo dużą dokładnością jednostajny. Można go wykorzystać, do ilustracji tego rodzaju ruchu przy wprowadzaniu pojęcia „jednostajny", na początku kursu gimnazjalnego fizyki. Większe pochylenie równi daje większą prędkość ruchu jednostajnego. Magnesy niższe (ale również neodymowe), czyli lżejsze przy podobnym natężeniu pola B przy podstawach i szersze (czyli dające większy strumień Φ) poruszają się wolniej.

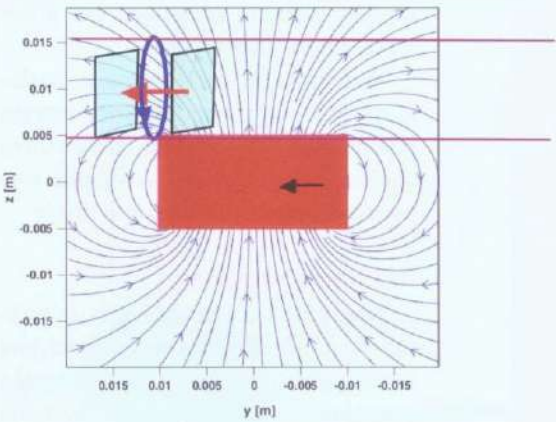
To doświadczenie nasuwa (dość daleką) analogię z zadaniem nr 2. Różni się ono kierunkiem pola magnetycznego – w tym doświadczeniu oś łącząca bieguny magnesu jest prostopadła do równi – wyraz $\cos\alpha$ jest równy 1. W takim przypadku, pola prostopadłego do szyn, wzór na prędkość poprzeczki byłby następujący:

$$v = mgR \sin\alpha / B^2 l^2 \qquad (18)$$

Innymi słowy, oczekujemy, że prędkość zsuwania się magnesu rośnie wraz z kątem nachylenia równi. Rzeczywiście, doświadczenie to potwierdza, choć w przypadku zsuwania się należy uwzględnić również siłę tarcia dynamicznego, która w odróżnieniu od siły „oporu Lenza", nie zależy od prędkości. Siła tarcia, proporcjonalna do nacisku, maleje ze wzrostem kąta nachylenia, aby więc sprawdzić zależność (11) należy badać duże kąty (>45°).

Wbrew pozorom doświadczenie może rodzić pewne trudności w interpretacji. Po pierwsze, jak ostrzega Richard Feynman [11], niektóre przypadki przesuwania się pola przez przewodnik nie generują prądów indukowanych. Drugie pytanie to, dlaczego przy prostopadłym polu do przewodnika, działa siła wzdłuż przewodnika. Strumień pola nie jest przecież wektorem. Tu jeszcze raz pomocna okazuje się zasada Lenza. Wróćmy do rysunku 3, ale tym razem narysujmy dwie pozycje magnesu, przesuwającego się wzdłuż miedzianej płytki. Sytuacja jest przedstawiona na rys. 9.

Jak widać z ryc. 9, zmiana strumienia magnetycznego zachodzi w *poziomie* – wzdłuż kierunku przesuwania się magnesu. Mimo, że równanie Faradaya-Lenza (1) nie podaje kierunku prądu – płynie on dookoła zmiany strumienia Φ (zaznaczonego na rys. 9 czerwoną strzałką). Prąd płynie w sztabce w jej *poprzek* – wyobrażamy go sobie jako układ pętli,

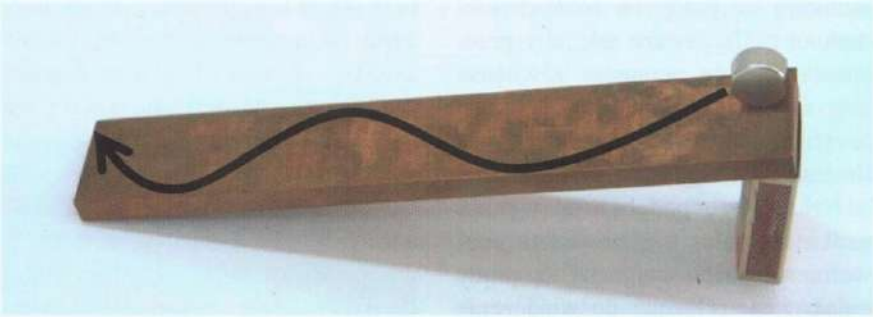


Ryc. 9. W jakim kierunku płyną prądy w sztabce, gdy zsuwa się po niej magnes? Magnes przesuwa się w lewo: rysunek pokazuje linie sił pola przed (zielone) i po (niebieskie) po interwale Δt. Strumienie przechodzące przez przekrój poprzeczny miedzianej sztabki (linie brązowe) przed i po Δt są zaznaczone tymi samymi kolorami co odpowiednie linie pola. Zmianę strumienia $\Delta\Phi$ w danym przekroju płytki ilustrujemy czerwoną strzałką. Indukowane prądy płyną w poprzek sztabki, co wyjaśnia, dlaczego musi ona być gruba. Podobnie działa patelnia z grubym dnem z doświadczenia prof. Wibiga [1].

jedna za drugą, jak ta niebieska z ryc. 9. Wyjaśnia się w ten sposób, dlaczego sztabka musi być gruba (albo patelnia indukcyjna ze stali niemagnetycznej, ale z grubym dnem, jak w doświadczeniu prof. Wibiga [1]).

Do kierunku powstających prądów, tradycyjnie zbywanych słowem „wirowe" („Foucaulta" u Francuzów a „eddy", czyli turbinowe u Anglików) wrócimy w dalszym doświadczeniu, specjalnie w tym celu zaprojektowanym [12].

Reasumując w sposób opisowy doświadczenie nr 3, gdy strumień pola magnetycznego zmienia się w czasie, indukowane przed magnesem prądy mają taki kierunek, że *wytworzone* przez te prądy *nowe* pole magnetyczne *odpycha* zbliżający się magnes. Gdy magnes się oddala, powstające prądy mają ten sam kierunek, bieguny „wirtualnych" magnesów za i przed zsuwającym się magnesem mają takie samo ułożenie, ale wirtualny magnes



Ryc. 10. „Pijany magnes" zatacza się, ale zawraca tak, aby nie spaść z równi

za tym realnym przyciąga go, przez co też spowalnia ruch.

W rezultacie, ruch magnesu zostaje spowolniony, a początkowa energia potencjalna magnesu na górze równi zamienia się głównie w ciepło wytworzone przez indukowane prądy.

4. Pijany magnes

Kiedy potoczymy magnes neodymowy na miedzianej równi pochyłej to zobaczymy, że tor jego ruchu nie jest linią prostą. W celu zbadania przyczyny krzywoliniowego ruchu magnesu potrzebny jest magnes neodymowy w kształcie walca, miedziana sztabka i pudełko zapałek jako podpórka.

Wykonanie:

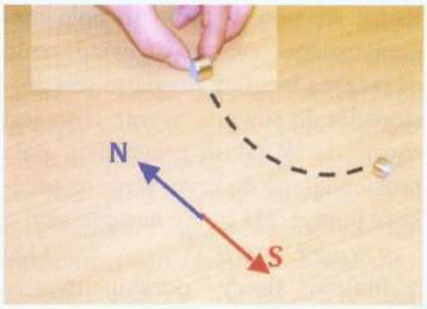
Budujemy równię pochyłą ze sztabki miedzianej i pudełka po zapałkach (tak jak pokazano to na zdjęciu (Ryc. 10). Na szczycie równi ustawiamy magnes na powierzchni bocznej walca i spuszczamy go. Obserwujemy, w jaki sposób się porusza. Zmieniamy położenie początkowe magnesu – jego odległość od krawędzi bocznej sztabki i początkowy kąt między osią magnesu a krawędzią sztabki.

Wyjaśnienie:

W zależności od kąta nachylenia i położenia początkowego magnesu toczy się po pewnej linii krzywej. Zadziwiające jest, że magnes zbliża się do brzegu, ale zawraca: nie spada z równi. Prawie, prawie, jak „podchmielony" jegomość wracający do domu po wąskim chodniku. Stąd nazwa doświadczenia: pijany magnes.

Jaka siła utrzymuje magnes na równi? Znana nam już „siła Lenza". Gdyby magnes spadł ze sztabki, strumień magnetyczny przez nią przechodzący nagle by się zmienił. W sztabce indukują się prądy (w różnych kierunkach), ale zawsze tak, aby przeciwstawiać się zmianom zewnętrznego strumienia magnetycznego. Jest to chyba najbardziej widowiskowa ilustracja zasady Lenza.

Reasumując: podobnie jak w przypadku zsuwania się, powodem spowolnienia ruchu magnesu są prądy indukowane. Obecne doświadczenie pokazuje jednak nieco więcej: magnes



Ryc. 11. Staczanie się magnesu neodymowego po pochyłej desce. Strzałkami zaznaczono kierunki magnetyczne N i S. Północny biegun magnesu znajduje się początkowo po prawej ręce spuszczającego (położenie biegunów ustalono magnetometrem). Magnes staczając się ustawia się jak igła magnetyczna.

nie tylko spowalnia, ale „broni się" przed spadnięciem z równi! Gdyby magnes spadł z miedzianej płytki, to strumień pola magnetycznego wewnątrz tej płytki spadłby do zera. A to byłoby znaczną zmianą. Reguła Lenza mówi, że takim zmianom przeciwstawiają się indukowane prądy elektryczne. W jakim kierunku płyną te prądy? W takim, aby magnes nie spadł, o ile „próbuje" spaść.

4a. Doświadczenie kontrolne 1:

Istnieje możliwość, że na ruch „pijanego" magnesu wpływa obecność ziemskiego pola magnetycznego. Warto jest więc sprawdzić, jak magnes stacza się po pochylonej drewnianej desce, ryc. 11 lub pochylonym drewnianym stoliku (ale bez ukrytych metalowych elementów).

Wykonanie:

Deskę pochylamy w kierunku północ-południe, tak jak nam to wskazuje Słońce. Ustawiamy magnes na desce tak, aby jego biegun północny był po prawej stronie. Spuszczamy magnes i obserwujemy, w jaki sposób się porusza. Następnie spuszczamy magnes z tego samego miejsca, ale ustawiamy go tak, aby biegun północny był teraz po lewej stronie. Zmieniamy kąt ustawienia deski względem kierunku północnego i powtarzamy doświadczenie.

Wyjaśnienie:

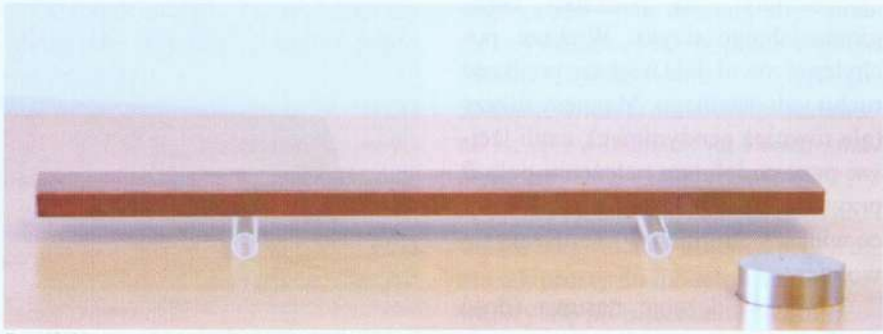
Zależnie od kierunku pochylenia deski, magnes toczy się po linii krzywej, ale innej niż w przypadku równi miedzianej. Magnes natychmiast skręca w lewo albo w prawo, ponieważ porusza się w polu magnetycznym ziemskim. Kierunek skręcania zależy od ustawienia początkowego biegunów magnesu. Oczywiście, można również znaleźć takie ustawienie deski (jej pochylenie powinno wskazywać oś W-E), że magnes będzie poruszał się po linii prostej (o ile nie pomylimy kierunku ustawienia początkowego biegunów magnesu). Warto popróbować!

4b. Doświadczenie kontrolne 2

Powolne spadanie magnesu (doświadczenie 1), niespodziewany opór, jaki czujemy, gdy próbujemy nagle podnieść magnes z miedzianej płyty, „pijany" magnes – wszystko wskazuje, że zasada Lenza opisuje zarówno „przyciąganie" jak „odpychanie" wskutek indukcji elektromagnetycznej. Spróbujmy to *explicite*.

W doświadczeniu umieszczamy miedzianą sztabkę na dwóch rurkach z pleksi (ryc. 12) albo nawet na dwóch wykałaczkach. Duży magnes neodymowy, z doświadczenia 1 przesuwamy poziomo tuż nad sztabką. Przysuwając magnes do płytki, odsuwa się ona w przeciwnym kierunku – jest odpychana poprzez indukowane prądy. Odsuwając magnes *znad* płytki, przesuwa się ona za naszą ręką: jest przyciągana przez uciekający magnes.

Przypominamy, że miedź jest diamagnetykiem, ale względny współ-



Ryc. 12. Magnes przyciąga czy odpycha? Miedziana równia na rurkach z pleksi i duży magnes.

czynnik przenikalności magnetycznej jest bliski 1, i wynosi 0,999 994. Wypychanie miedzianej sztabki z pola magnetycznego nie jest więc przejawem diamagnetyzmu. Łatwo sprawdzić, że dla uzyskania efektów przesuwania się sztabki musimy poruszać magnesem dość szybko.

5. A prawa Maxwella?

Trudności w interpretacji równania (1) wynikają, że pochodzi ono z okresu przed Maxwellem. W równaniach Maxwella nie ma żadnej „siły elektromotorycznej" a jedynie pola elektryczne i magnetyczne.

Aby zrozumieć, sens siły elektromotorycznej ε warto przypomnieć metodę Kirchhoffa analizy obwodów elektrycznych: przepływające prądy są wywołane przez sumę napięć ogniw wbudowanych w obwód elektryczny. Siła elektromotoryczna indukcji, innymi słowy napięcie, jest w podobny sposób *całką* po obwodzie zamkniętym z wartości natężenia pola elektrycznego **E**. Pamiętamy, że pole elektryczne jest wektorem, tak więc całka zawiera iloczyn skalarny **E** i elementy ścieżki całkowania $d\mathbf{l}$.

$$\varepsilon = \oint_l \mathbf{E} \circ d\mathbf{l} \qquad (19)$$

(Dla analogii przypominamy również, że pole elektryczne jest gradientem potencjału $\mathrm{E} = -\nabla V$). Prawo indukcji Faradaya-Lenza-Neumana, zapisane jako III prawo Maxwella nie musi więc korzystać z dodatkowego terminu „siły elektromotorycznej". Wystarczy przyrównać pola

$$\oint_l \mathbf{E} \circ d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt}\oint_S \mathbf{B} \circ d\mathbf{S} \qquad (20)$$

Właściwe znaki wynikają z przyjętych reguł w całkach krzywoliniowych (lewa strona równania 19) i definicji strumienia (prawa strona równania).

Czy można „pokazać", czym całka po trajektorii zamkniętej różni się od całki po krzywej otwartej? W myśl zasady dydaktycznej „neo-realizmu" [13] – dlaczegóż by nie? Cóż się stanie, gdy w rurce, w której spada magnes, natniemy podłużne szczeliny, tak aby przeciąć „kółko" w całce po lewej stronie równania (20)?

Stąd zestaw dwóch rurek – pełnej i naciętej podłużnie. (Ta ostatnia rurka jest powszechnie kopiowana, choć zapewne „kopiści" nie wiedzą, dlaczego jest nacięta.)

Magnes neodymowy (o średnicy 18 mm) wpuszczony do rurki o średnicy wewnętrznej 19 mm (i ściankach o grubości 1 mm) ginie tam jakby na zawsze. Tak się przynajmniej wydaje uczestnikom pokazów. Można rurkę z wpuszczonym magnesem nosić po sali, przekazywać z ręki do ręki, a magnes ciągle nie wypada. Dla metrowej rurki trwa to 25-27 sekund.

Zajrzenie do środka pokazuje, jak magnes wewnątrz „lewituje" [14] – powoli spada, nie dotykając ścianek. W rurce z nacięciami spadek też jest powolny, ale już „gołym" uchem słychać, że zjawisko jest inne – magnes odbija się od ścianek; jeśli jest mniejszy to koziołkuje. Oj! całka w równaniu (20) powinna być policzona dookoła zmian strumienia $\mathbf{B}\circ d\mathbf{S}$. Prąd elektryczny jakoś popłynie, bo rurka jest nacięta tak, aby było to możliwe, ale płynie on po skomplikowanych „esach-floresach" a nie po kolejnych okręgach.

Można to powiedzieć obrazowo – magnes porusza się w dół, więc prądy indukowane muszą płynąć po obwodzie kołowym rurki. Tylko po co nacinać rurkę?

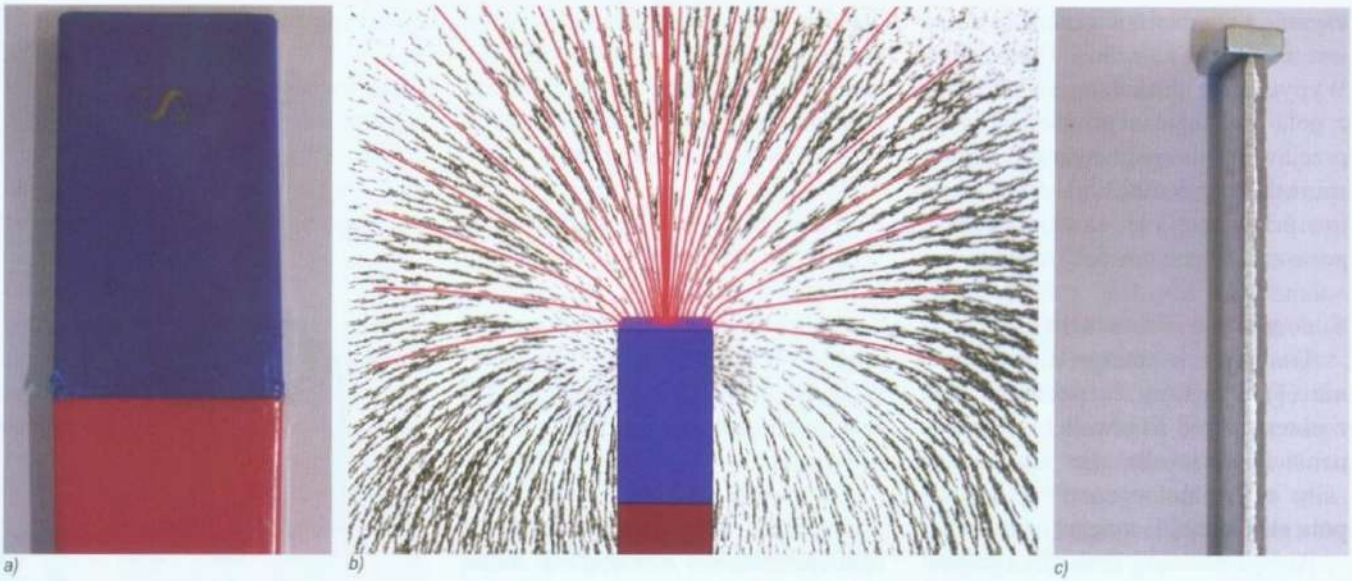
Ryc. 13. Zestaw dwóch rurek do ilustracji wpływu drogi całkowania pola elektrycznego w III równaniu Maxwella: jedna pełna, druga nacięta wąskimi szczelinami, częściowo na siebie zachodzącymi. (C) GK.

Ryc. 14. Działo Faradaya-Lenza: zmienne pole magnetyczne generowane przez miedzianą cewkę dookoła żelaznego rdzenia działa jak wyrzutnia – aluminiowy pierścień nanizany na ten rdzeń, po włączeniu przełącznika nagle wyskakuje w górę. Efekt nie pojawia się, jeśli pierścień jest przecięty. Mała cewka nanizana na rdzeń „wyłapuje" zmiany pola magnetycznego w rdzeniu a podłączona do niej żaróweczka jarzy się.

6. Skaczący pierścień

Doświadczenie wzbudzające zawsze zdziwienie na pokazach opiera się na zasadzie sugerowanego kiedyś działa elektromagnetycznego, ryc. 14. Po naciśnięciu przełącznika, aluminiowy pierścień spokojnie (i swobodnie) spoczywający a nanizany na żelazny pręt, nagle wyskakuje na 2 metry w górę. Drugi też, dwa naraz też, aż nagle zabawa się urywa: skonfundowany uczeń podejrzewa, że zepsuł maszynę, a to prowadzący pokaz niedostrzeżenie nanizał pierścień przecięty. Indukowany prąd nie płynie w pierścieniu, dookoła żelaznego pręta, więc nie jest wyrzucany w górę.

Urządzenie zakupiliśmy w USA, wymaga adaptera napięcia, ale jego efektowność warta jest tego zachodu. Co się stanie, gdy pierścień przytrzymamy, uniemożliwiając mu „podskok"? W żelaznym pręcie (a raczej pęczku drutów, dla uniknięcia prądów Foucaulta) generowane jest, przez cewkę poniżej, zmienne pole magnetyczne o częstotliwości 50 Hz. Niezależnie, czy to pole jest skierowane w górę czy w dół, w aluminiowym (lub miedzianym) pierścieniu indukuje się taki kierunek prądu, że



a) b) c)

Ryc. 15. (a) Jak zdemaskować „podrobiony" magnes sztabkowy? (b) Należy porównać zmierzony rozkład pola magnetycznego za pomocą opiłków i rozkład wyliczony z prawa Biota-Savarta. Podejrzane zagęszczenie linii wokół wierzchołka magnesu sugeruje, że magnes nie jest dipolem, ale ma bardziej skomplikowaną konfigurację biegunów. Jego rozebranie (c) pokazuje „oszustwo": dwa małe magnesy neodymowe umieszczono w wierzchołkach a środek połączono żelazną sztabką. Zwraca uwagę odmienne, „angielskie" oznaczenie kolorów biegunów: jeszcze jeden powód, aby przestać wymagać od uczniów znajomości reguły reki lewej pub prawej.

pierścień jest wyrzucany. Jeszcze raz Lenz miał rację! A jeśli uniemożliwimy pierścieniowi natychmiastowy wyskok, w parę sekund prądy rozgrzeją go do kilkudziesięciu stopni. Zamiast pierścienia można umieścić małą cewkę, podłączoną do żaróweczki. Indukowane prądy zapalą żarówkę.

7. I jeszcze o magnesach

Układ biegunów w magnesach rzadko jest „podręcznikowy". Można zawsze sprawdzić układ linii siła pola magnetycznego (a przez to położenie biegunów) za pomocą drobnych żelaznych opiłków. Niestety, w przypadku magnesów neodymowych opiłki tak silnie „przyklejają się" do magnesów, że ich usunięcie jest bardzo trudne. Dlatego dla magnesów neodymowych korzystamy z modeli, a weryfikujemy je za pomocą miniaturowej sondy Halla. Ale jak pokazuje porównanie na ryc. 15, obliczone i zmierzone rozkłady pola mogą się nieco różnić.

W przypadku przedstawionym na ryc. 15, nasze obliczenia pozwoliły „zdemaskować" zagranicznego producenta magnesów, oficjalnie sztabkowych. Rozkład opiłków pokazywał niespodziewane zagięcie linii pola magnetycznego w pobliżu wierzchołków magnesu, czyli w pobliżu jego nominalnych biegunów. Otwarcie obudowy zdradziło „oszustwo" – to nie tradycyjny magnes sztabkowy, ale dwa małe kawałki neodymowe połączone żelaznym słupkiem, zob. ryc. 15c.

Zakończenie

Wszystkie doświadczenia z użyciem miedzianej równi są znakomitą ilustracją prawa Lenza: magnes miękko ląduje na równi, powoli się z niego zsuwa, a kiedy go spuścimy toczy się i nie spada z niej. Zjawisko indukcji jest takie, że stara się „zapobiec" zmianie strumienia magnetycznego. „Prądy wirowe" są korzystnym pojęciem, ale traktujmy je jako swego rodzaju metaforę dydaktyczną. Prądy indukowane powinniśmy raczej nazywać prądami Lenza, a właściwie Faradaya - Neumana - Lenza - Foucaulta, jako że w odkryciu praw indukcji uczestniczyli uczeni różnych nacji.

Acknowledgment

Prof. Wim Peeters (Antwerp University) has contributed significantly to the development of some of present experiments.

PS. Od reguły prawej dłoni, rys. 1, powinno się odstąpić, również z powodu upowszechnienia się włoskiego, aczkolwiek obraźliwego gestu wystawiania palców zza szyby samochodu (notka GK).

Andrzej Karbowski, Krzysztof Służewski, Kamil Fedus, Grzegorz Karwasz

Zakład Dydaktyki Fizyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

LITERATURA

[1] T. Wibig, *Heinrich Friedrich Emil Lenz*, Fizyka w Szkole, 2/2016, 27.
[2] https://it.wikipedia.org/wiki/Legge_di_Faraday.
[3] A. Karbowski, K. Służewski, M. Sadowska, G. Karwasz, R. Viola, M. Gervasio, M. Michelini, *Discovering Electromagnetic Induction: Interactive Multimedia Path*, 14th Int. Congress on Multimedia in Physics Teaching and Learning, Udine 2009. http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Pliki/DISCOVERING_ELECTROMAGNETIC_INDUCTION_OK.pdf
[4] [C. Bernardini, *Bruno Touschek*, Il Nuovo Saggiatore, No. 3/1999, 29.
[5] A. Karbowski, M. Michelini, L. Santi, W. Peters, J. Trna, V. Engstrom, G. Karwasz, *MOSEM - Teaching Electromagnetism via Minds-on Experiments*, GIREP 2008 International Conference, "Physics Curriculum Design, Development and Validation", Nicosia, Book of Abstracts str. 125. http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/mosem_new/pliki/GIREP08_Workshop_GK.pdf .
[6] A. Karbowski (koordynator) i in., *Low-tech experimental kit*. Projekt UE „Mosem" No LLP-LdV-TOI-2007-NO/165.009, http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Low-Tech_kit/html
[7] M. Sadowska, A. Karbowski, G. Karwasz, K. Służewski, K. Fedus, K. Rochowicz, *Toruński doświadczalnik z fizyki*, Materiały ZDF UMK, 2015.
[8] Wersja multimedialna artykułu: http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Lenz.html
[9] L. Quéval, *BSmag Toolbox User Manual*, Tech. report, Dept. Elect. Eng., University ofApplied Sciences Düsseldorf, Germany, April 2015. Available: http://www.lqueval.com.
[10] Z. Koupilová, D. Mandíková, K. Rochowicz, G. Karwasz, *Sbírka zadań z fizyki. Zbiór zadań z rozwiązaniami. Mechanika*, Wydawnictwo Naukowe UMK, 2014, 113.
[11] R. P. Feynman, R. P. Leighton, M. Sands, *Feynmana wykłady z fizyki*, Tom II, PWN, Warszawa 1974, 293-295.
[12] G. Karwasz, A. Okoniewska, *Prawa, nie tylko dla Maxwella*, XXXVII Zjazd PTF, Gdańsk, 15-19.09.2003.
[13] G. P. Karwasz, *Między neorealizmem a hyper-konstryktywizmem – strategie dydaktyczne dla XXI wieku*, Problemy Wczesnej Edukacji, 3(15) 2011, „Awangarda w szkolnej i pozaszkolnej edukacji", 8-30.
[14] http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Pliki/PWE_Karwasz_Miedzy_neorealizmem.pdf
[15] G. Karwasz, *Nauczanie fizyki – trudności matematyczne czy nieumiejętność komunikacji?* Kognitywistyka i Media w Edukacji, No.1/ 2013, 107-114, ISSN 1643-6938. http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Publikacje_2013/14_2013.pdf