Jakiego kształtu jest „kula" ziemska?

Geoida to teoretyczna powierzchnia „kuli" ziemskiej oblana w całości wodą, jak to rozważał już Kopernik. Geoida, w pierwszym przybliżeniu elipsoida, różni się od tej ostatniej nawet o 100 m (w rejonie Oceanu Indyjskiego). Potwierdzają to badania za pomocą najnowszego satelity GOCE, o specjalnej konstrukcji do badania pola grawitacyjnego Ziemi.

■ JUSTYNA CHOJNACKA, GRZEGORZ KARWASZ

Kulisty kształt Księżyca zauważy każdy, kto w nowiu spojrzy na cienki sierp na niebie (fot. 1). Erastotenes wyznaczył rozmiary kuli ziemskiej już w 230 r. p.n.e., niewiele się w tym pomiarze myląc. Według Erastotenesa obwód Ziemi jest 50 razy większy od odległości Sieny od Aleksandrii (czyli 800 km), co różni się od współczesnych pomiarów zaledwie o 1%![1]

Kulisty kształt Ziemi rodził nie byle problem: dlaczego woda utrzymuje się na takiej kuli? Z globusa woda natychmiast spłynie. Kopernik, dla podpowiedzi miał teorię Arystotelesa, według której ciała ciężkie dążą do środka Ziemi, bo tam jest ich „miejsce naturalne". A woda? Jest przecież lżejsza niż skała, a lądy nad morza wystają. Kopernik pisze więc, że „(...) jako ląd i woda wspierają się na jednym środku ciężkości Ziemi, który jest zarazem środkiem jej objętości. Woda, będąc lżejszą, wypełnia rozpadliny ziemskie i dlatego mało jest wody w stosunku do lądu, chociaż może na powierzchni więcej widać wody".

Kopernik pisał swoje dzieło 150 lat przed Newtonem, dużo wcześniej niż pojawiły się „oficjalnie" siła grawitacji i pojęcie środka ciężkości. Dlaczego woda nie spływa z kuli? Dziś odpowiadamy korzystając z prawa grawitacji: woda też jest przyciągana do środka Ziemi, przez siły grawitacji. Grawitację „odkrył" Newton, ale Kopernik jako pierwszy problem postawił!

Fot. 1. Księżyc w nowiu. W czasopiśmie fizycznym „Foton" Adam Smólski zwraca uwagę, jak po zachodzie Słońca wydaje się, że Księżyc powinien być oświetlony z dołu, a jest oświetlony z boku. Powodem jest ogromna odległość, jaka dzieli Słońce od Ziemi w porównaniu z rozmiarami Ziemi

Źródło: http://www.astrofotografia.net.pl/index.php?id=k

Zagadnienie kształtu Ziemi nie jest jednak wcale takie proste. Idealna kula istnie-

[1] Obwód równikowy według współczesnych pomiarów wynosi 40 041,5 km. Obwód biegunowy (a ten w zasadzie zmierzył Erastotenes) wynosi 39935,8 km. Oczywiście, znakomitą zgodność tej wartości z oszacowaniem Erastotenesa należy uznać za nieco przypadkową.

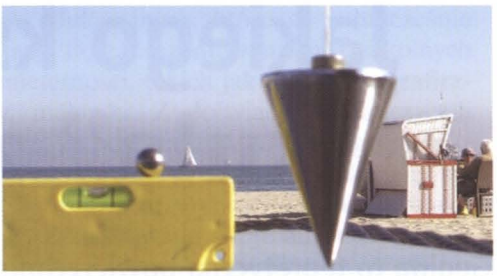
je tylko w matematyce, a już w fizyce ma ona swoją powierzchnię i nierówności widoczne pod odpowiednim mikroskopem. W geografii, łańcuchy górskie i rowy oceaniczne są względnie znacznie wyższe niż nierówności na metalowej kuli. Jak więc „wyrównać" kulę ziemską? Innymi słowy, jak znaleźć idealny poziom odniesienia? Przyjętym sposobem w geografii jest ten, zaproponowany niejako w dziele Kopernika – „nad poziomem morza". Ale poziom morza może się zmieniać, choćby w trakcie przypływów. Może więc mierzyć odległość od środka Ziemi? Ale gdzie on jest?

Odpowiedzi na te zagadnienia geograficzne daje fizyka, a w zasadzie znowu Kopernik. Nie pisze on o „środku Ziemi", jak to pisał Arystoteles, ale o „środku ciężkości Ziemi". W innymi miejscu swego dzieła, pisząc o planetach pisze, że „obiegają one środek Słońca, albo punkt w pobliżu środka Słońca".

Dziś, „środek Ziemi" nadal nie jest definiowany jako środek geometryczny bryły ziemskiej, ale jako środek ciężkości. Operatywnie, jest to punkt, w kierunku którego spadają wszystkie ciała puszczone na powierzchni Ziemi (niejako środek grawitacyjny, co jest jednoznaczne ze środkiem ciężkości). Wyznaczenie środka grawitacyjnego Ziemi jest, nawet w dobie lotów kosmicznych, wcale nie prostym zagadnieniem, jak to pokazujemy w dalszej części artykułu.

Nad poziomem morza

Zdefiniowanie środka Ziemi jako środka grawitacji oraz poziomu morza jako idealnej powierzchni Ziemi są fizycznie równoważne. Jeden i ten sam środek Ziemi jest wskazywany w każdym punkcie na powierzchni Ziemi przez murarski pion, a kierunek poziomu morza przez murarską poziomicę. Poziom morza jest w każdym punkcie na powierzchni Ziemi prostopadły do kierunku siły grawitacji (fot. 2).



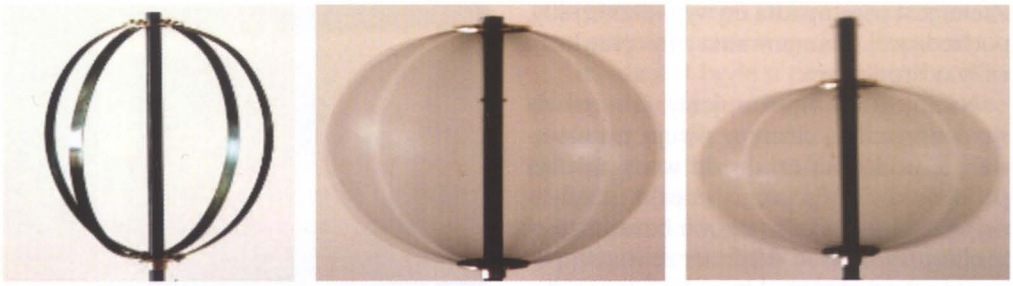
Fot. 2. Zawieszony „pion" wskazuje środek ciężkości Ziemi. Poziomica murarska wskazuje kierunek powierzchni morza, prostopadły do „pionu". Kulka położona na poziomej powierzchni nie stacza się (fot. autor)

Dziś wiadomo też, że Ziemia nie jest doskonałą kulą, a powodem jest jej obrót dookoła własnej osi, po raz pierwszy udowodniony szczegółowo przez Kopernika[2]. Ziemia obraca się, jak na ciało niebieskie, bardzo szybko – punkty na równiku wirują z zawrotną prędkością 1674 km/h. Okres (T) obrotu Ziemi dookoła własnej osi wynosi dokładnie T = 23 h 56 m 04 s (a nie 24 h, jak to się wydaje, słusznie zresztą, obserwatorowi na Ziemi[3]). Księżycowi obrót zajmuje cały miesiąc, a Merkuremu zajmuje to aż 2/3 jego roku, czyli 59 dni ziemskich.

Ziemia, między innymi dzięki uranowi (i innym pierwiastkom radioaktywnym), pozostaje ciągle półpłynna w środku, (a jak wskazują trzęsienia ziemi, również półpłynna na powierzchni). I jak wirująca kula z gliny na kole garncarskim pod wpływem siły odśrodkowej bezwładności, tak Ziemia spłaszczona jest na biegunach. Kształt Ziemi określamy więc jako elipsoidę – bryłę powstałą przez obrót elipsy (fot. 3). Promień równikowy Ziemi wynosi 6378,39 km, a biegunowy 6355,99 km, co daje różnicę 22,4 km i spłaszczenie 1/298.

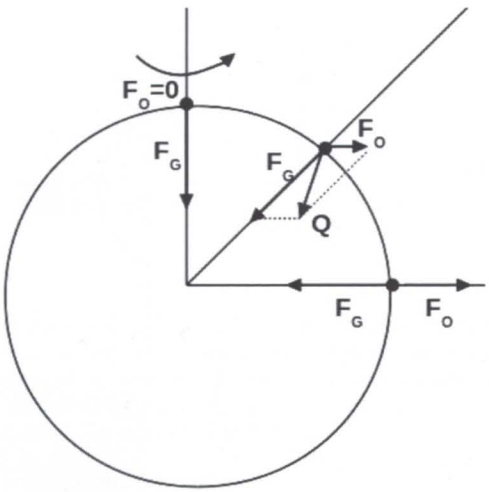
[2] Kopernik w swoim dziele szczegółowo przywołuje innych uczonych, głównie uczniów ze szkoły Pitagorasa, którzy wcześniej postulowali obrót własny Ziemi. Kopernik, jak pierwszy to szczegółowo udowodnił, w oparciu o własne obserwacje astronomiczne oraz szczegółowe rozważania.

[3] Doba słoneczna trwa o 4 minuty dłużej – w ciągu 1 doby Ziemia przebywa 1/365 część orbity, co (przy takim samym kierunku rotacji i obiegu dookoła Słońca) wydłuża długość dnia (i nocy).



Fot. 3. a) Obrazowy model wirującej kuli (nieco nawet wydłużonej na biegunach) b) powolna rotacja Księżyca c) szybki ruch obrotowy Ziemi (fot. autor)

Dlaczego Ziemia na równiku jest szersza niż (wyższa) na biegunach? Siła odśrodkowa, a w zasadzie przyspieszenie odśrodkowe, bo ono decyduje o kształcie, jest opisane wzorem $a = \omega^2 r$, gdzie $\omega = 2\pi/T$ jest prędkością kątową, a r odległością wirującego punktu od osi obrotu. Im dalej od osi obrotu, tym przyspieszenie odśrodkowe[4] jest większe, jak to pokazujemy na rys. 1. Największe przyspieszenie odśrodkowe jest na równiku i wynosi ono 0,03373 m/s^2. Na równiku siła odśrodkowa odejmuje się od siły grawitacji, stąd kilogram masy na równiku jest o 0,3% „lżejszy" niż na biegunie[5].



Rys. 1. Rozkład sił na obracającej się Ziemi. Rysunek ten jest podobny do rysunków z wielu podręczników fizyki (i geografii). Siła odśrodkowa na powierzchni Ziemi jest na rysunku znacznie wyolbrzymiona. Ale to nie z tego powodu rysunek powyższy jest błędny! Siła wypadkowa Q, będąca sumą (wektorową) siły grawitacji i siły odśrodkowej musi być prostopadła do powierzchni Ziemi. Gdyby siła wypadkowa nie była prostopadła do powierzchni Ziemi, po oceanach przelewałyby się fale o kilometrowych wysokościach

To siła grawitacji utrzymuje ciała na Ziemi, również na równiku. Siła, z jaką Ziemia przyciąga wszystkie ciała zależy od jej masy, a ponieważ masa ta jest całkiem spora, $6 \cdot 10^{24}$ kg (sześć biliardów bilionów kilogramów), jeden kilogram masy waży około 9,81N (niutona).

Siła grawitacji, z jaką oddziaływają na siebie wzajemnie dwie masy M i m wynosi:

$$F_G = G \frac{M\,m}{r^2} r.$$

Siła przyciągania grawitacyjnego dwóch mas (punktowych) maleje jak kwadrat ich wzajemnej odległości R. Ale z jaką siłą przyciągane jest ciało na powierzchni kuli? Z taką samą, jakby cała masa kuli była w jej środku (to jest taki trick matematyczny, zwany twierdzeniem Gaussa).

Elipsoidalny kształt Ziemi jest wynikiem „kompromisu" między siłą ciężkości, działającą w każdym punkcie do środka Ziemi i siły odśrodkowej działającą „poziomo" (rys. 1). W każdym punkcie powierzchnia

[4] Dokładniej powinniśmy mówić „przyspieszenie odśrodkowe bezwładności".

[5] Nawiasem mówiąc, Kopernik też się zastanawiał, dlaczego, jeśli Ziemia wiruje, nie odlatują z niej ciała pod wpływem siły odśrodkowej. Wytłumaczył to, inteligentnie, ogromnymi rozmiarami Ziemi.

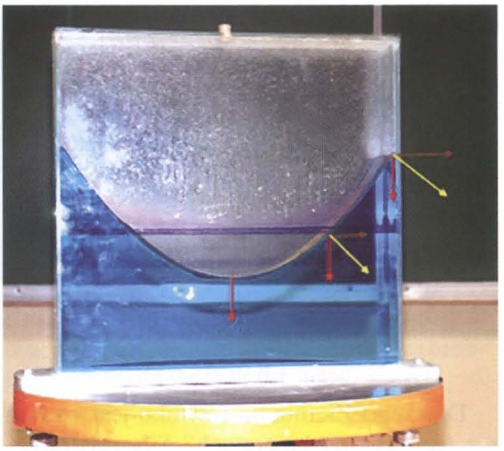
Ziemi jest prostopadła do wypadkowej siły, pochodzącej z sumowania siły grawitacji i siły odśrodkowej.

Na fotografii 4 pokazujemy, jak ustawia się powierzchnia cieczy w wirującym akwarium z wodą. Na cząsteczki wody działają podobne dwie siły jak na cząstki (półpłynnej) Ziemi – siła odśrodkowa bezwładności w obu przypadkach działa na zewnątrz, poziomo od osi obrotu. Ale, o ile w przypadku akwarium możemy przyjąć, że siła grawitacji działająca na wszystkie cząsteczki wody ma ten sam kierunek – pionowo w dół, to na cząsteczki ziemi siła grawitacji działa zawsze w kierunku środka Ziemi. Stąd powierzchnia cieczy w wirującym prostopadłościennym akwarium ma kształt hiperboli, a powierzchnia Ziemi – elipsoidy obrotowej.

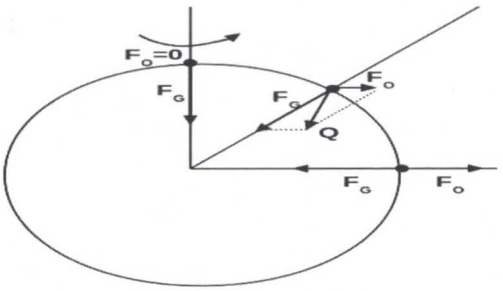
Powtarzamy nasz bardzo ważny wniosek: „idealna" powierzchnia Ziemi jest taka, że efektywna (tzn. uwzględniająca obrót Ziemi) siła grawitacji jest w każdym punkcie do tej powierzchni prostopadła. Wbrew pozorom, nie jest łatwo taką powierzchnię wyliczyć[6].

Znacznie łatwiej wyobrazić sobie eksperyment: aby wyznaczyć kierunek efektywnej siły grawitacji na Ziemi, należałoby Ziemię w całości oblać wodą. Powierzchnia tej wody to „idealna" powierzchnia elipsoidy ziemskiej, a efektywna siła grawitacji jest prostopadła do powierzchni tej wody[7].

Widać to na rysunku 2: dla elipsoidy wypadkowa siły grawitacji i siły odśrodkowej jest zawsze prostopadła do jej powierzchni. Dla kuli tak nie jest. Rysunek 1 jest więc błędny! Powierzchnia wirującej Ziemi nie może być kulą!



Fot. 4. Na wodę w wirującym akwarium działają dwie siły grawitacji (pionowo w dół) i siła odśrodkowa (poziomo). Im kropla znajduje się dalej od osi obrotu, tym większa siła odśrodkowa na nią działa. Powierzchnia wody jest w każdym punkcie prostopadła do wypadkowej tych dwóch sił: powierzchnia wody w wirującym prostopadłościennym akwarium to hiperbola (fot. autor)



Rys. 2. Elipsoida obrotowa jest „idealną" powierzchnią Ziemi: jest to taka powierzchnia, że siła wypadkowa Q (pochodząca od siły grawitacji F_g i siły odśrodkowej bezwładności F_O) jest do niej zawsze prostopadła. Proporcje siły odśrodkowej i spłaszczenia Ziemi są na tym rysunku znacznie wyolbrzymione

Elipsoida czy „geoida"?

Na tym kłopoty z powierzchnią Ziemi nie kończą się. Rowy oceaniczne i pasma górskie, a także zmiany gęstości w górnym płaszczu Ziemi powodują, że jej masa nie jest rozprowadzona równomiernie w całej objętości elipsoidy, stąd też (lokalne) różnice w grawitacji.

[6] Główną trudnością jest obliczenie siły grawitacji, której w przypadku elipsoidy nie możemy tak prosto obliczyć jak w przypadku kuli, czyli ze wzoru (1). Przybliżony sposób rozwiązania, na poziomie I roku studiów uniwersyteckich przedstawiamy w wersji internetowej artykułu.

[7] Idealna powierzchnia Ziemi to taka, że poruszając się po niej nie wznosimy się ani w górę, ani w dół, tak jak w górach chodząc wzdłuż poziomic. W fizyce, poziomice na mapie nazywamy liniami tego samego potencjału grawitacyjnego, czyli liniami ekwipotencjalnymi.

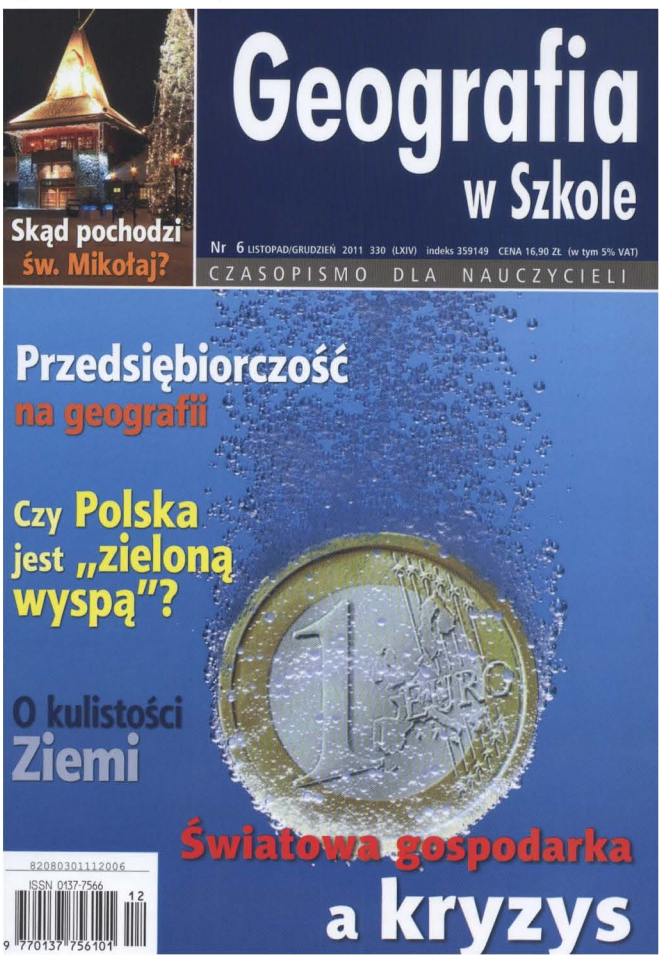
Złoża ropy naftowej, złoża rud metali mogą również subtelnie wpływać na pole grawitacyjne. Ale definicja „idealnej" powierzchni Ziemi pozostaje taka sama: należy sprawdzić w każdym punkcie, najlepiej nieco nad Ziemią, ile wynosi i w jakim kierunku działa siła grawitacji, a następnie wykreślić powierzchnię prostopadłą w każdym punkcie do tej siły, przyjmując określoną wartość odniesienia. I tak to się dziś robi, z pomocą satelitów.

Satelita taki, niedawno wypuszczony, nazywa się GOCE (*Gravity field and steady-state ocean circulation explorer*). Wyniki pomiarów, zebrane przez GOCE, dostarczą danych, na podstawie których dowiemy się jak „naprawdę" wyglądałaby „kula" ziemska, gdyby nie miała wystających pasm górskich i zapadłości kotlin lądowych. Naukowcy, korzystając z tych informacji konstruują mapę pola grawitacyjnego, która z kolei pozwala na odtworzenie prawdziwego kształtu geoidy.

Geoida jest bryłą o powierzchni prostopadłej w każdym punkcie do (wypadkowego) wektora siły grawitacji. Innymi słowy, takiego kształtu byłaby Ziemia, gdyby została aż po szczyty gór zalana morzem. Powierzchnia takiego morza byłaby właśnie geoidą. W fizyce taką powierzchnię nazywamy powierzchnią stałego potencjału grawitacyjnego. Kulka umieszczona na powierzchni geoidy nie stacza się w żadnym kierunku. Powierzchnia geoidy jest w każdym punkcie pozioma.

Prawdziwa geoida (rys. 3) to raczej taki nieco zgnieciony kartofel[8] niż ładna elipsoida (na rysunku różnice w stosunku do elipsoidy są znacznie przesadzone). Wgłębienia (na niebiesko na rys. 3.) oznaczają

[8] Jak to określa też red. W. Niedzicki w swoim filmie popularnonaukowym „Geoida", którego fragment przedstawiamy na naszej stronie internetowej.



lokalnie mniejszą siłę grawitacji, wynikającą z mniejszej lokalnej gęstości skał. Spore zagłębienie, ponad 100 m, obserwujemy na Oceanie Indyjskim.

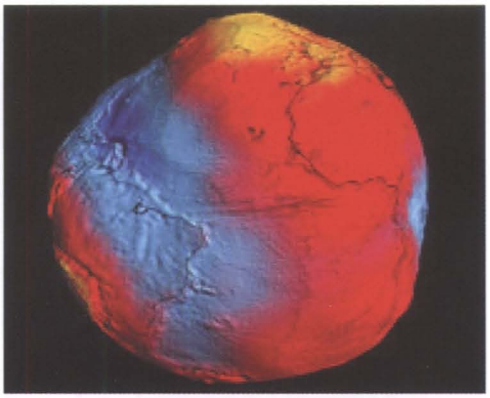
Satelita do pomiaru grawitacji

Satelita GOCE swoją misję rozpoczął 17 marca 2009 r. Został on umieszczony na wysokości zaledwie 250 km, podczas gdy satelity GPS pracują na wysokości ok. 20 000 km, a meteorologiczne na wysokości 36 000 km nad powierzchnią Ziemi. Dlaczego tak nisko? Satelita musi utrzymywać tak niską orbitę, aby właściwie zmierzyć pole grawitacyjne, które zmniejsza się z kwadratem odległości od środka Ziemi.

Konieczność latania GOCE tak blisko powierzchni Ziemi i utrzymywania stałej nad nią wysokości oznacza, że musi być on wyposażony w system rekompensujący przyciąganie w różnych miejscach na Ziemi. Wszelkie strugi powietrza pozostałe jeszcze na tej wysokości również mogą wpłynąć na wyniki pomiarów grawimetrycznych. Elegancki i aerodynamiczny design GOCE odróżnia go od większości innych satelitów.

Bardzo istotną rzeczą jest to, by satelita dokonywał pomiarów rzeczywistego przyciągania ziemskiego, dlatego należało pozbawić go wszelkich ruchomych elementów. Rezultatem jest 5-metrowy satelita w kształcie strzały, ważący ok. 1050 kg, stanowiący wraz z oprzyrządowaniem urządzenie do pomiaru siły grawitacyjnej.

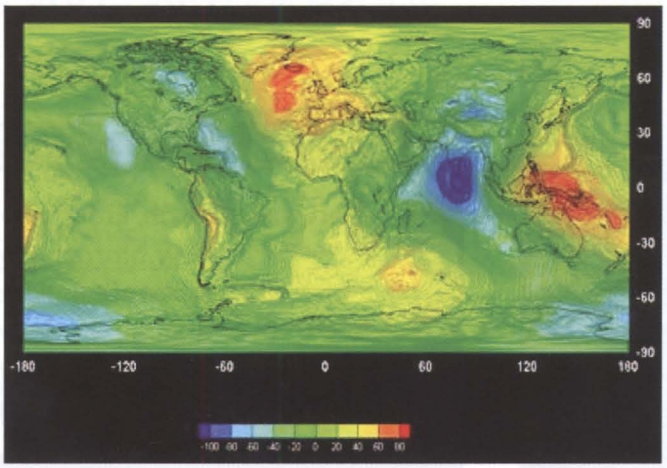
Po dwóch latach na orbicie, satelita GOCE zebrał wystarczającą ilość danych, by móc, na ich podstawie, odtworzyć mapę pola grawitacyjnego Ziemi. Obraz planety, jaki się ukazał na-



Rys. 3. Geoida. Obniżenia w stosunku do elipsoidy są zaznaczone na niebiesko, wzniesienia – na żółto. Różnice w stosunku do elipsoidy obrotowej są, dla uzyskania efektu, znacznie przesadzone. W rzeczywistości różnice nie przekraczają 1/200 spłaszczenia elipsoidalnego Ziemi

Źródło: http://www.esa.int/esaLP/SEM1AK6UPLG_LPgoce_1.html#subhead

ukowcom, ujawnił wyraźną depresję w Oceanie Indyjskim oraz płaskowyże, na dnie północnego Atlantyku (w rejonie Islandii) i zachodniego Pacyfiku (Indonezji), odzwierciedlające wzmożoną działalność konwekcyjną oraz anomalie w gęsto-



Rys. 4. Mapa pola grawitacyjnego Ziemi ujawniła m.in. depresję (lub, co jest równoważne, najsłabsze pole grawitacyjne) na Oceanie Indyjskim i w rejonie Himalajów

Źródło: http://www.esa.int/esaLP/ESABQK1VMOC_LPgoce_1.html

9 Średnia gęstość Ziemi wynosi 5,5 g/cm^3, a gęstość skał powierzchniowych, np. bazaltu, to tylko 2,7 g/cm^3.

ści płaszcza Ziemi w tych obszarach (rys. 4). Zwraca szczególnie uwagę depresja geoidy w rejonie Himalajów: mimo że są to najwyższe góry świata, powierzchnia geoidy leży w ich rejonie poniżej powierzchni elipsoidy. Najwyraźniej, skały pod Himalajami są lżejsze (tzn. mają mniejszą gęstość) niż np. w rejonie Islandii. Może właśnie dlatego Himalaje wypiętrzyły się „w górę", a w rejonie Islandii (i Indonezji) wypływa lawa o większej gęstości niż średnia gęstość skał płaszcza Ziemi?[9]

Pomiary GOCE wskazały także na 30–40 cm niższy poziom morza na północnym wybrzeżu Szkocji w stosunku do Kornwalii. Dokładne pomiary natężenia pola grawitacyjnego umożliwiły naukowcom, po raz pierwszy, zmierzyć siłę Golfstromu, który przenosi ciepłą wodę z północy Zatoki Meksykańskiej w kierunku Europy. Dane dotyczące tego oraz innych prądów oceanicznych poprawią znacznie prognozy pogody, a także przewidywania związane ze zmianami klimatycznymi na świecie.

Odkrycie we wschodniej Antarktydzie ogromnych rozmiarów krateru Wilkes Land, o średnicy blisko 500 km, ukrytego pod pokrywą lodową o grubości 2–3 km, pozwoliło rzucić światło na katastrofę planetarną, do której doszło pod koniec permu tj. 245–250 mln lat temu. Wilkes Land powstał prawdopodobnie w wyniku upadku wielkiego (ok. 50 km średnicy) asteroidu. Zasięg i lokalizacja nowo odkrytego krateru pozwala sądzić, że uderzenie, które go stworzyło, mogło zapoczątkować podział superkontynentu Gondwany. Uderzenie spowodowało powstanie rysy tektonicznej, która „odepchnęła" Australię w kierunku północnym.

Jakie inne niespodzianki czekają nas po dokładniejszej analizie danych zabranych przez GOCE? Tego nie wiemy. Jedno jest pewne, obraz rzeczywistego kształtu „kuli" ziemskiej – geoida – pozwala na oznaczenie obszarów, w których pojawiają się anomalie gęstości płaszcza Ziemi, a co za tym idzie, obszary o wzmożonej aktywności wulkanicznej i sejsmicznej. Informacje te mogą przyczynić się do trafniejszego prognozowania trzęsień ziemi, a w przyszłości lepszą przed nimi ochronę.

To co robią współczesne satelity, Mikołaj Kopernik wyznaczył 500 lat temu[10]. Jak więc nie podziwiać jego geniuszu!

prof. dr hab. inż. **GRZEGORZ KARWASZ**
Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej
Zakład Dydaktyki Fizyki, UMK Toruń

mgr **JUSTYNA CHOJNACKA**
Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej
Zakład Dydaktyki Fizyki, UMK Toruń

PIŚMIENNICTWO

- M. Kopernik, *O obrotach ciał niebieskich*, tł. L. A. Birkenmajer, Zakład Narodowy im. Ossolińskich – Wydawnictwo, Wrocław 2004, Księga pierwsza, s. 35–40
- Q. Schiermeier, *Weighing the World, Nature*, vol 467, 06.10.2010, s. 648
- Smólski, *Odgłosy z jaskini (18). Brzuchem do góry*, Foton 111, zima 2010
- W. Niedzicki, *Geoida*, Ambernet, http://www.ambernet.pl/Filmy.php#Geoida, Zob. też http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Physics_is_fun/movies/geoida1.mpg
- *Raggio terrestre* (Promień Ziemi) http://it.wikipedia.org/wiki/Raggio_terrestre,
- ESA – Europejska Agencja Kosmiczna, *GOCE delivers on its promise*
- http://www.esa.int/esaLP/LPgoce.html
- Q. Wang i in., *Precise measurement of gravity variations during a total solar eclipse*, Physical Review D 62 (2000) 41101
- T. Kuusela i in., *Gravitation experiments during the total solar eclipse*, Physical Review D 74 (2006) 122004 http://prd.aps.org/abstract/PRD/v74/i12/e122004
- http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/PDF/geoida.htm

[10] Pierwsza, krótka wersja teorii heliocentrycznej Kopernika zaczęła krążyć w Europie w 1512 r.