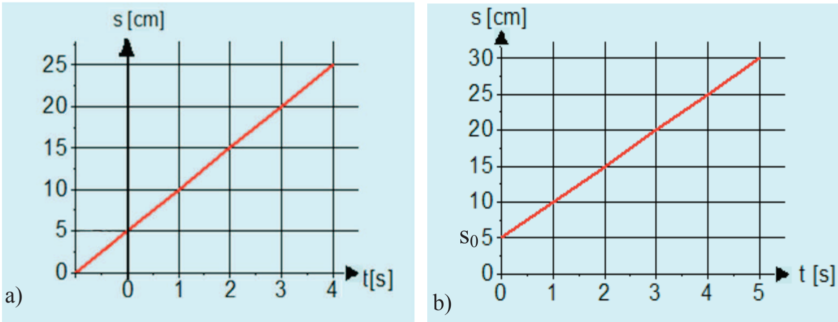


Rys. 3.7. Zależność przebytej drogi od czasu w przypadku drogi początkowej s_0 różnej od zera: a) droga początkowa różna od zera odpowiada sytuacji, w której zaczynamy mierzyć czas później, niż zaczął się ruch; b) z drugiej strony droga początkowa s_0 oznacza, że odległość mierzymy nie od punktu początkowego ruchu, ale od innego punktu.

Innym przykładem, w którym korzystamy ze wzoru (3.4.) są rajdy piesze, wyścigi kolarskie, rajdy samochodowe itp. W określonym dniu, np. we wtorek, turyści wędrują przez kilka godzin z określoną prędkością. Dla obliczenia trasy, którą przeszli tego dnia, korzystamy ze wzoru (3.3.); dla określenia, ile przeszli od początku rajdu, do drogi z wtorku należy dodać drogę s_0, którą przeszli *do* wtorku.

3.3. Prędkość średnia i prędkość chwilowa

Jak już mówiliśmy, aby zmierzyć prędkość ruchu, musimy dokonać pomiaru przebytej drogi i pomiaru czasu, w którym ta droga została przebyta. Stosunek przebytej Δs drogi do czasu Δt, w jakim ta droga została przebyta, określa *chwilową prędkość* w danym czasie Δt:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

gdzie: Δs jest odcinkiem przebytej drogi, a Δt jest odcinkiem czasu.

Jak wiemy, prędkość ruchu, np. autobusu w ruchu miejskim, zmienia się co chwilę. Prędkościomierz samochodu w każdej chwili wskazuje prędkość, z jaką się samochód porusza. Jest to tak zwana **prędkość chwilowa**. Prędkość wskazywana może się zmieniać, w zależności od tego, czy autobus rusza z przystanku, hamuje, czy wreszcie stoi. Aby prędkość obliczona ze wzoru (3.5.) odpowiadała wskazaniom prędkościomierza, odcinki czasu Δt muszą być dostatecznie krótkie.

Prędkość ***chwilową*** v definiujemy jako stosunek przebytej Δs drogi do czasu Δt, w jakim ta droga została przebyta, przy założeniu, że ***czas*** Δt jest dość ***krótki.***

Czym innym jest prędkość *średnia* ruchu. Aby obliczyć prędkość średnią, musimy zmierzyć jedynie czas *całego ruchu*, od jego początku do końca, oraz *całkowitą* drogę przebytą.

$$\boxed{v_{śr} = \frac{s}{t}} \qquad (3.5.)$$

Prędkość ***średnią*** $v_{śr}$ definiujemy jako stosunek ***całkowitej*** przebytej s drogi do ***całkowitego*** czasu t, od początku do końca ruchu.

W przykładzie 3.5. droga między Gdańskiem a Warszawą Centralną wynosi 360 km, a pociąg przebywa tę drogę w 5 godzin. Średnia prędkość wynosi więc

$$\mathrm{v}_{śr} = \frac{s}{t} = \frac{360\mathrm{km}}{5\mathrm{h}} = 72\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}.$$

Prędkość, jaką rozwija pociąg w czasie jazdy, jest oczywiście wyższa, ale obliczenie prędkości średniej uwzględnia również postoje, przyspieszanie i hamowanie.

Rozważmy teraz inne przykłady:

Przykład 3.6.

Plan pieszej pielgrzymki jest następujący:
godz. 8:00 wyjście
godz. 10:00–10:30 postój (drugie śniadanie, napoje)
godz. 12:30–13:30 postój (obiad)
godz. 15:30–16:00 postój (odpoczynek, napoje)
godz. 18:00 dojście na nocleg.

Zakładając, że prędkość marszu wynosi 4 km/h, możemy obliczyć:

1. całkowitą drogę przebytą tego dnia,
2. średnią prędkość pielgrzymki tego dnia.

Fot. 3.7. Plan marszu pielgrzymki, tzw. marszruta, jest skomplikowana.

Rozwiązanie:

Obliczmy najpierw całkowitą drogę przebytą s. Całkowita droga przebyta składa się z trzech odcinków: s_1 (od 8:00 do 10:00), s_2 (od 10:30 do 12:30), s_3 (od 13:30 do 15:30) i s_4 (od 16:00 do 18:00).

$t_1 = 2$ h, $t_2 = 2$ h,

$t_3 = 2$ h, $t_4 = 2$ h.

Zatem: $s_1 = \mathrm{v} \cdot t_1 = 4\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 2\mathrm{h} = 8$ km.

W ten sam sposób obliczamy s_2, s_3 i s_4 i otrzymujemy: $s_2 = 8$ km, $s_3 = 8$ km, $s_4 = 8$ km.

Całkowita droga przebyta $s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 32$ km.

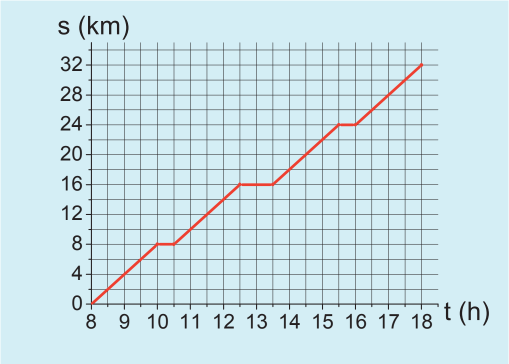
Prędkość średnią obliczymy ze wzoru $\mathrm{v} = \frac{s}{t}$.

Całkowity czas przejścia tego dnia wyniósł 10 godzin.

Podstawiające dane liczbowe

$$\mathrm{v} = \frac{s}{t} = \frac{32\mathrm{km}}{10\mathrm{h}} = 3{,}2\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}.$$

Prędkość średnia wyniosła 3,2 km/h, a całkowita droga przebyta to 32 km.



Rys. 3.8. Zależność *czasowa* – $s(t)$ przebytej drogi od czasu dla ruchu pielgrzymki z przykładu 3.6.

Prędkość średnia zależy oczywiście od prędkości chwilowych, ale w różnych przypadkach są to różne zależności. Rozważmy dwa przykłady.

Przykład 3.7.

Przejazd z Gdańska do Torunia składa się z dwóch odcinków. Na autostradzie samochód jedzie z prędkością 120 km/h przez 1 godzinę, po czym przez kolejną godzinę po drodze zwykłej, z prędkością 60 km/h. Oblicz prędkość średnią samochodu na całej trasie.

Fot. 3.8. Autostrada z Gdańska do Torunia kończy się w Świeciu (2010 r.), a dalej prowadzi zwykła droga. Średniej prędkości na całej trasie nie możemy obliczać jako średniej z prędkości na poszczególnych odcinkach – potrzebna jest informacja, ile te odcinki wynoszą, zob. rozwiązanie poniżej

Rozwiązanie:

Obliczmy najpierw całkowitą drogę przebytą. Składa się ona z dwóch odcinków, s_1 przebytej z prędkością $\mathrm{v}_1 = 120$ km/h i odcinka s_2 przebytego z prędkością $\mathrm{v}_2 = 60$ km/h.
Czasy przejazdu obu odcinków t_1 i t_2 są takie same $t_1 = t_2 = 1$h.

$$s_1 = \mathrm{v}_1 \cdot t_1 = 120\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 1\mathrm{h} = 120\mathrm{km}$$

$$s_2 = \mathrm{v}_2 \cdot t_2 = 60\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 1\mathrm{h} = 60\mathrm{km}$$

Całkowita droga wynosi: $s = s_1 + s_2 = 120$ km + 60 km = 180 km.

Prędkość średnia $\mathrm{v}_{śr} = \dfrac{s}{t_1 + t_2} = \dfrac{180\,\mathrm{km}}{2\mathrm{h}} = 90\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}.$

Zauważ, że w tym przypadku prędkość średnia 90 km/h jest *średnią arytmetyczną* z dwóch prędkości v_1= 120 km/h i v_2 = 60 km/h, ale jest to bardzo szczególny przypadek. Rozważmy inny przykład.

Przykład 3.8.

Samochód przejeżdża 120 km z prędkością 120 km/h, po czym 120 km z prędkością 60 km/h. Obliczyć całkowity czas przejazdu i średnią prędkość.

Rozwiązanie:

Dane:
$s_1 = 120$ km,
$v_1 = 120$ km/h,
$s_2 = 120$ km,
$v_2 = 60$ km/h.

Korzystamy ze wzoru (3.1.), przez t_1 i t_2 oznaczamy odpowiednio czasy przejazdu odcinków s_1 i s_2:

$$v_1 = \frac{s_1}{t_1}, \text{ stąd } t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{120\ \text{km}}{120\ \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 1\ \text{h}.$$

Podobnie $t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{120\ \text{km}}{60\ \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 2\ \text{h}.$

Całkowity czas przejazdu wyniósł: $t = t_1 + t_2 = 3$ h.

Średnia prędkość wyniosła: $v_{śr} = \frac{s_1 + s_2}{t} = \frac{240\ \text{km}}{3\ \text{h}} = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$

Odpowiedź:

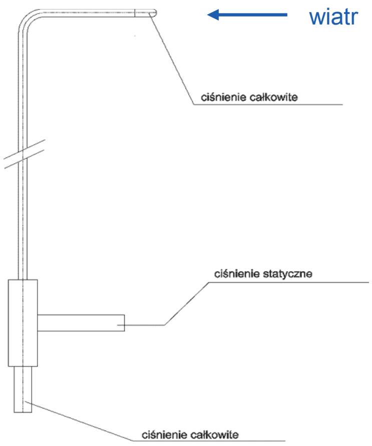
Całkowity czas przejazdu wyniósł 3 godziny, a średnia prędkość wyniosła 80 km/h. Prędkość ta była mniejsza od prędkości w poprzednim przykładzie. Zwróć uwagę, jak były sformułowane oba zadania.

Jak mierzy prędkość samochód, a jak samolot?

Aby zmierzyć prędkość chwilową, możemy skorzystać z tej samej metody do obliczenia prędkości średniej: zmierzyć przebytą drogę w określonym czasie. Tak to się robi na przykład w zawodach bicia rekordów szybkości na wyschniętym słonym jeziorze Bonneville Salt Flats w USA. Samochód (lub inny pojazd) najpierw się rozpędza na dystansie kilku mil, a samą prędkość mierzy się na odcinku jednej mili (1,6 km). Oczywiście, można by wybrać krótszy odcinek (i czas) pomiaru, jako że i na odcinku jednej mili prędkość może się zmieniać. Ale jak krótki?

Można liczyć czas przejazdu między słupkami na autostradzie (100 m), ale i na tak krótkim odcinku może zdarzyć się nagłe hamowanie. Wyznaczenie prędkości przez pomiar odległości i czasu może nastręczać pewnych trudności. Prędkościomierz samochodu działa więc na innej zasadzie. Poruszające się koło napędza urządzenie do wytwarzania prądu, małą prądnicę, wytworzony prąd przepływa przez nią, a ta z kolei powoduje odchylenie się wskazówki pomiaru prądu elektrycznego z prądnicy napędzanej przez obracające się koło. Nowoczesne prędkościomierze zliczają impulsy w określonym czasie z nacięć na obracającym się kole.

Prędkościomierz samolotu działa na jeszcze innej zasadzie. W powietrzu nie ma słupków kilometrowych, aby mierzyć odległość. Jedynym ośrodkiem odniesienia jest właśnie powietrze. Czujnik prędkości w samolocie wykorzystuje obecność powietrza, a właściwie jego *ciśnienie*. Ciśnienie to jest inne, jeżeli mierzymy je w kierunku lotu, inne jeśli mierzymy je „z boku". Urządzenie do pomiaru prędkości samolotu składa się z dwóch rurek mierzących ciśnienie, tzw. rurek Pitota. Prędkość wyznacza się z porównania ciśnień w obu rurkach.

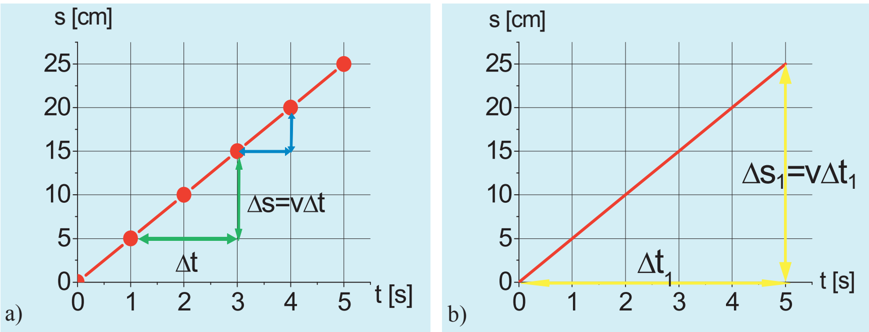


Rys. 3.9. Urządzenie do pomiaru prędkości samolotu (względem powietrza) – tzw. rurka Pitota. Zagięty koniec rurki, wychodzący na zewnątrz samolotu jest skierowany w kierunku lotu i mierzy całkowite ciśnienie (statyczne plus dodatkowe ciśnienie wynikające z prędkości lotu); ciśnienie statyczne jest natomiast mierzone w miejscu osłoniętym od wiatru. Awaria tego urządzenia (i w efekcie błędny pomiar prędkości lotu) były powodem katastrofy Airbusa lecącego z Paryża do San Paolo w 2008 roku

3.4. Droga w ruchu jednostajnym

Obliczenie drogi i jej przedstawienie graficzne jest proste w przypadku stałej prędkości ruchu. Zazwyczaj jednak prędkość ruchu się zmienia. Powtórzmy to jeszcze raz.

Zacznijmy od znanego już przykładu obliczenia drogi, którą przebył pęcherzyk od początku ruchu (od chwili $t = 0$) do końca sekundy t_1. Wróćmy do zależności drogi od czasu i definicji prędkości, zob. rys. 3.10. poniżej.



Rys. 3.10. Zależność przebytej drogi od czasu w ruchu jednostajnym: a) prędkość v definiujemy jako stosunek przyrostu drogi Δs do czasu Δt , w którym ta droga została przebyta. Przebyta droga wyraża się więc wzorem $\Delta s = \mathrm{v}\ \Delta t$; b) jeżeli prędkość ruchu pozostaje stała, przebytą drogę s_1 w czasie t_1 możemy obliczyć w taki sam sposób: $s_1 = \mathrm{v}\ t_1$.

Prędkość ruchu zdefiniowaliśmy jako stosunek *przyrostu* drogi do *przyrostu* czasu:

$$\mathrm{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

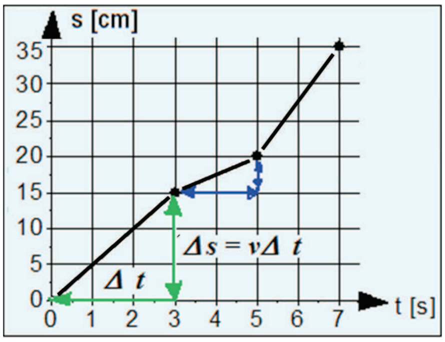
Jeżeli prędkość ruchu pozostaje stała, to droga i prędkość są wprost proporcjonalne. Jeżeli zwiększymy przedział czasu dwukrotnie, to i droga przebyta zwiększy się dwukrotnie, jeśli czas zwiększy się trzykrotnie, to i droga zwiększy się trzykrotnie itd. Na rysunku 3.10. trójkąt składający się z niebieskich strzałek (Δt = 1 s) i trójkąt składający się z zielonych strzałek (Δt = 2 s) są trójkątami podobnymi. W każdym tym trójkącie stosunek Δs do Δt pozostaje stały i wynosi v, jak to było we wzorze (3.1.). Aby obliczyć Δs, musimy więc pomnożyć Δt przez prędkość v:

$$\Delta s = \mathrm{v} \cdot \Delta t.$$

Jednocześnie również duży trójkąt, zaznaczony na żółto na rys. 3.10b. jest podobny do małych trójkątów z rysunku 3.10a. Drogę przebytą w czasie t_1 od początku ruchu możemy więc obliczyć w podobny sposób:

$$s_1 = \mathrm{v} \cdot t_1.$$

Wzór $\Delta s = \mathrm{v} \cdot \Delta t$ pozwala nam obliczyć drogę również w przypadku ruchu, w którym prędkość się zmienia, zob. rys. 3.11.



Rys. 3.11. Zależność przebytej drogi od czasu w ruchu niejednostajnym tzn. w ruchu, w którym prędkość się zmienia.

Przykład 3.9.

Samochód jechał 3 sekundy z prędkością 5 m/s, po czym 2 sekundy z prędkością 2,5 m/s i 2 sekundy z prędkością 7,5 m/s. Oblicz drogę, jaką przebył w tym czasie (tj. w ciągu 7 sekund).

Rozwiązanie:

Aby obliczyć drogę całkowitą, policzmy najpierw drogi przebyte w trzech odcinkach czasu. Korzystamy ze wzoru:

$\Delta s = \mathrm{v} \cdot \Delta t$.

Podstawiając kolejno:

$\mathrm{v}_1 = 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ i $(\Delta t)_1 = 3$ s otrzymujemy $(\Delta s)_1 = 15$ m,

$\mathrm{v}_2 = 2{,}5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ i $(\Delta t)_2 = 2$ s otrzymujemy $(\Delta s)_2 = 5$ m,

$\mathrm{v}_3 = 7{,}5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ i $(\Delta t)_3 = 2$ s otrzymujemy $(\Delta s)_3 = 15$ m.

Całkowita droga $s = (\Delta s)_1 + (\Delta s)_2 + (\Delta s)_3 = 15 + 5 + 15 = 35$ m.