3.2 Ruch jednostajny prostoliniowy

Kiedy obserwujemy ruch samochodu po drodze między dwoma tunelami, albo ruch bąbelka powietrza ku górze w szklance wody mineralnej, jest to ruch po linii prostej. W przypadku samochodu lub roweru musimy jeszcze zaznaczyć, o jaką część roweru chodzi. Oczywiście, na prostoliniowym odcinku szosy oś roweru porusza się po linii prostej, ale wentyl koła zatacza bardziej skomplikowaną trajektorię[10]. Prawa ruchu, które będziemy formułować zakładają, że obserwujemy samochód z dużej odległości, tak że wygląda on jak punkt. Takie prawa nazwiemy prawami ruchu *punktu materialnego*. Przypadek, w którym punkt materialny porusza się po prostej ze stałą prędkością, jest najprostszym rodzajem ruchu.

1. Opis ruchu

Aby opisać ruch, nawet prostoliniowy, musimy podać jego współrzędne nie tylko w przestrzeni, ale i w czasie: *gdzie* i *kiedy* znajduje się punkt materialny. Musimy podać swojego rodzaju rozkład jazdy. Innymi słowy, aby opisać ruch, musimy podać parę liczb: odległość (od punktu początkowego pomiaru odległości) i czas, który upłynął od początku jego pomiaru (czyli od startu pomiaru).

Na przykład poniższa tabelka pokazuje rozkład jazdy pociągu z Gdańska do Warszawy z rys. 3.2.

Tab. 3.1. Rozkład jazdy pociągu z Gdańska do Warszawy.

Stacja/przystanek	**przyj.**	**odj.**
Gdańsk Główny		06:59
Tczew	07:34	07:37
Malbork	07:59	08:00
Iława Główna	08:43	08:44
Działdowo	09:22	09:23
Warszawa Wschodnia	11:28	11:30
Warszawa Centralna		11:37

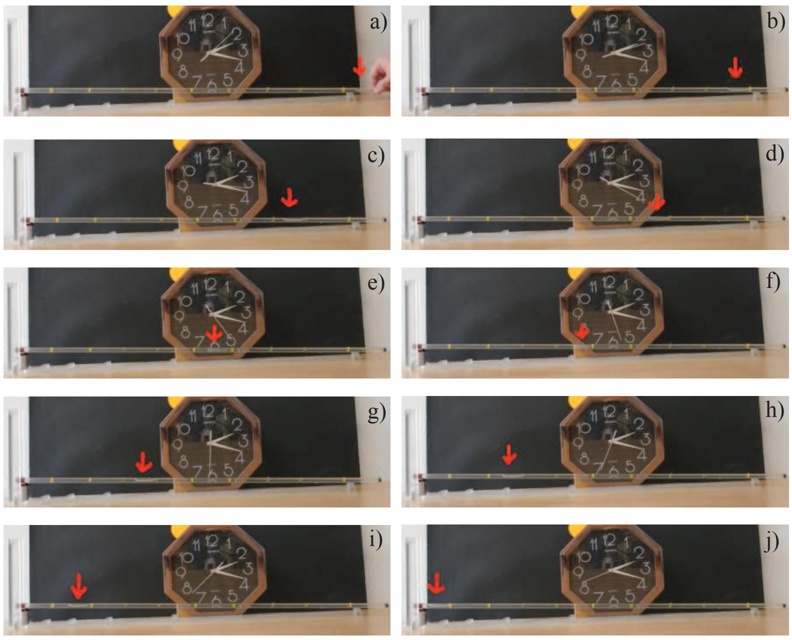
Czytamy z niej, że do Malborka, odległego od Gdańska o 51 km pociąg przyjeżdża po 60 minutach, a do Iławy, odległej od Gdańska o 120 kilometrów, po 104 minutach.

Nie jest prosto znaleźć praktyczne przykłady ruchu jednostajnego. Porusza się w ten sposób, w dużym przybliżeniu, bąbelek gazu w butelce wody mineralnej, skoczek z otwartym spadochronem lub magnes zsuwający się po miedzianej równi (fot. 3.5). Aby ruch bąbelka w cieczy był jednostajny, powinna ona być *lepka*, jak np. olej. Doświadczenie z bąbelkiem w wąskiej (i długiej) rurce z olejem przedstawia fot. 3.4. (film w wersji internetowej).

Na przykładzie bąbelka powietrza w rurce z olejem otrzymujemy następującą tabelkę (tab. 3.2.). W tabelce tej zaczęliśmy mierzyć czas (i odległość) od momentu, kiedy bąbelek przekroczył pierwszą podziałkę (dla uniknięcia niedokładności związanych ze startem bąbelka). Czas oznaczymy literą t (od włoskiego *tempo*), a przebytą drogę przez s (od *strada*). W tym przykładzie czas mierzymy w sekundach, a odległość, dla wygody, w centymetrach[11].

[10] Krzywą, jaką zatacza wentyl koła, nazywamy krzywą „rozwijającego się koła", z greckiego *cykloidą*.

[11] Uważny czytelnik dostrzeże, że pomiar na fot. 3.4. i dane w tabelce 3.2. różnią się. Dokonaliśmy takiego uproszczenia, tak aby analiza danych liczbowych była łatwiejsza.

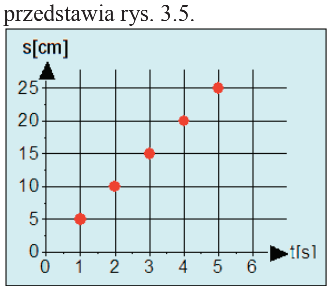


Fot. 3.4. Ruch bąbelka powietrza w lepkiej cieczy jest ruchem jednostajnym. W pokazanej sekwencji w ciągu 30 sekund bąbelek przebył drogę około 1 metra

Tab. 3.2. Pomiar ruchu bąbelka w rurce z cieczą. Kolumna pierwsza oznacza, ile sekund minęło od początku ruchu; kolumna druga oznacza, jaką *całkowitą* drogą przebył bąbelek od momentu startu do końca sekundy z pierwszej kolumny

Czas [s]	Droga [cm]
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25

Zmierzone pary liczb z tabelki możemy przedstawić na wykresie, w którym na osi poziomej (OX), czyli osi czasu, zaznaczamy momenty czasu t, a na osi pionowej (OY) zaznaczamy położenie s punktu w tym momencie czasu (innymi słowy, przebytą drogę). Wykres przedstawia rys. 3.5.



Rys. 3.5. Zależność *czasowa* – $s(t)$, przebytej drogi od czasu dla ruchu pęcherzyka w rurce na podstawie danych z tabelki 3.2

Na powyższym wykresie:

- współrzędna pozioma zaznaczonego punktu mówi, *kiedy* (określa moment czasu t),
- współrzędna pionowa mówi, *gdzie* znajduje się punkt w momencie czasu t.

Jak widzisz z wykresu $s(t)$ (rys. 3.5.), poszczególne punkty układają się na linii prostej. Ruch, w którym punkty na wykresie *czas* ↔ *położenie* układają się na linii prostej, nazywamy *ruchem jednostajnym*. Dlaczego, wyjaśnimy za chwilę.
Zauważmy dodatkowo, że w tabelce w każdym wierszu tabelki 3.2. stosunek całkowitej drogi przebytej do zużytego czasu jest taki sam; przedstawiamy to dokładniej w tabelce 3.3.

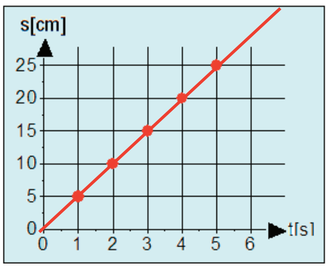
Fot. 3.5. Ruchem jednostajnym zsuwa się też neodymowy magnes po miedzianej płycie.

Tab. 3.3. Pomiar ruchu bąbelka w rurce z cieczą. Kolumna pierwsza oznacza czas w sekundach, który minął od początku ruchu. Kolumna druga oznacza drogę, którą przebył bąbelek do końca sekundy podanej w pierwszej kolumnie. Kolumnę trzecią otrzymujemy z podzieleniA przebytej drogi przez zużyty czas.

Czas [s]	Droga [cm]	Droga/Czas [cm/s]
1	5	5
2	10	5
3	15	5
4	20	5
5	25	5

Dla zmiennych s i t z tabeli 3.3., stosunek odpowiadających sobie wartości pozostaje stały, nazywamy je *wprost proporcjonalnymi*. W lodziarni wartość wydanych pieniędzy jest proporcjonalna do liczby zakupionych gałek lodów. Bardzo wiele wielkości w przyrodzie jest wzajemnie proporcjonalnych.

Znaleźliśmy kolejną właściwość ruchu bąbelka w cieczy: *przebyta droga jest wprost proporcjonalna do czasu*. Zależność proporcjonalna na wykresie $s(t)$ jest linią prostą.



Rys. 3.6. W ruchu jednostajnym przebyta droga jest *wprost proporcjonalna* do czasu ruchu. Wykresem takiej zależności $s(t)$ jest linia prosta.

2. Prędkość w ruchu jednostajnym

Ruch *jednostajny* jest najprostszym przykładem ruchu. Jak widzieliśmy z tabeli 3.3., *przebyta droga* jest proporcjonalna do *czasu*, który upłynął. Ruch jednostajny możemy zdefiniować też inaczej – jako ruch o stałej *prędkości*.

Policzmy (tabela 3.4.) *poszczególne odcinki* drogi przebyte w *poszczególnych odcinkach* czasu. Innymi słowy pytamy teraz, jaką drogę przebył bąbelek w *pierwszej, drugiej, trzeciej* sekundzie ruchu w odróżnieniu od poprzedniej tabeli, gdzie badaliśmy *całkowitą drogę* przebytą od początku ruchu do *końca* określonej sekundy[12].

Tab. 3.4. Pomiar ruchu bąbelka w rurce z cieczą. W trzeciej kolumnie zaznaczyliśmy drogi Δs przebyte w kolejnych sekundach: *pierwszej, drugiej, trzeciej* itd. W każdej sekundzie bąbelek przebywa taką samą drogę; mówimy, że *prędkość* ruchu jest *stała*.

Czas [s]	**Droga [cm]**	**Δs [cm]**
0	0	
		5
1	5	
		5
2	10	
		5
3	15	
		5
4	20	
		5
5	25	

Zauważmy z tabeli 3.4., że w każdym odcinku czasu ciało przebywa równe odcinki drogi. W naszym przypadku jest to 5 centymetrów przebytej drogi w każdej sekundzie.

Możemy więc zdefiniować *prędkość* ruchu *v* (od włoskiego *velocità*) w każdej sekundzie ruchu jako stosunek przebytej drogi do czasu

$$\mathrm{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (3.1.)$$

gdzie: Δs jest odcinkiem przebytej drogi, a Δt jest odcinkiem czasu.

W ruchu jednostajnym *prędkość* ruchu pozostaje *stała*.

$$\mathrm{v} = const \qquad (3.2.)$$

Taka zależność jest jednocześnie definicją ruchu jednostajnego.

Definicja

W ruchu ***jednostajnym*** w równych odcinkach czasu ciało przebywa równe odległości – prędkość ruchu pozostaje stała.

Jeżeli prędkość ruchu pozostaje stała, to obliczenie przebytej drogi jest proste – wystarczy pomnożyć prędkość przez czas, który minął od początku ruchu.

Przebyta droga *s* w ruchu jednostajnym jest iloczynem prędkości v i czasu *t*

$$s = \mathrm{v} \cdot t \qquad (3.3.)$$

[12] Zwracamy uwagę na to istotne rozgraniczenie. Określenie „t = 5s" („po upływie pięciu sekund") oznacza punkt na osi czasu, określenie „w piątej sekundzie" oznacza *odcinek* na osi czasu między punktami t = 4, a t = 5.

Przykład 3.3.

Pociąg między Iławą a Warszawą jedzie ze stałą prędkością 80 km/h. Jaka odległość dzieli te dwa miasta, jeżeli podróż trwa 3 godziny?

Rozwiązanie:

Poszukujemy drogi s, jaką pociąg jadący z prędkością 80 km/h przebywa w ciągu 3 godzin:
$v = 80$ km/h
$t = 3$ h
$s = ?$

Korzystamy ze wzoru (3.3.) $s = v \cdot t$.

Podstawiając dane liczbowe, otrzymujemy:

$$s = 80\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 3\ \text{h} = 240\ \text{km}.$$

Odpowiedź:

Iławę od Warszawy, wzdłuż linii kolejowej, dzieli 240 km.

Przykład 3.4.

Kierowca na autostradzie A1 ustawił automat na prędkość 120 km/h. Jaką drogę przebędzie samochód w ciągu 15 minut? Jeśli utrzyma tę prędkość przez 45 minut, jaką drogę przebędzie?

Fot. 3.6. Prędkościomierz samochodu (po prawej). Automat ustawił prędkość jazdy na 120 km/h.

Rozwiązanie:

Ponieważ prędkość pozostaje stała, możemy skorzystać ze wzoru na drogę $s = v \cdot t$

i) $t = 15\ \text{min} = \frac{1}{4}\ \text{h}$,

$$s = 120\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{4}\ \text{h} = 30\ \text{km}.$$

W ciągu 15 minut samochód przebędzie 30 kilometrów.

ii) $t = 45\ \text{min} = \frac{3}{4}\ \text{h}$,

$$s = 120\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{3}{4}\ \text{h} = 90\ \text{km}.$$

W ciągu 45 minut samochód przebędzie 90 kilometrów.

Czasem wzór (3.3.) wymaga uzupełnienia. Dzieje się tak wówczas, jeśli pomiar czasu zaczynamy później, niż zaczął się ruch. Rozważmy ponownie przykład pociągu z Gdańska do Warszawy.

Przykład 3.5.

Pociąg z Gdańska do Warszawy wyjeżdża ze stacji Iława o godzinie 9:00 i dojeżdża do stacji Warszawa Wschodnia o godzinie 12:00, jadąc ze stałą prędkością 80 km/h. Odległość z Gdańska od Iławy wynosi 120 km. Jaką całkowitą drogę przebył ten pociąg?

Rozwiązanie:

Dane:
v = 80 km/h,
t = 3 h,
s_o=120 km (droga z Gdańska do Iławy).

Aby obliczyć całkowitą drogę z Gdańska do Warszawy, musimy zsumować dwa odcinki drogi – z Gdańska do Iławy i z Iławy do Warszawy. Oznaczmy przez s_1 drogę przebytą między Iławą a Warszawą. Obliczamy tę drogę ze wzoru (3.3.):

$$s_1 = v \cdot t = 80\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 3\mathrm{h} = 240\ \mathrm{km}.$$

Całkowita droga s z Gdańska do Warszawy jest sumą s_0 i s_1 i wyniesie

$$s = s_0 + v \cdot t = 120\ \mathrm{km} + 240\ \mathrm{km} = 360\ \mathrm{km}.$$

Odpowiedź:
Całkowita droga pociągu z Gdańska do Warszawy wyniosła 360 km.

Doszliśmy w ten sposób do ważnego uogólnienia wzoru na drogę w ruchu jednostajnym

$$\boxed{s = \mathrm{v} \cdot t + s_0} \qquad (3.4.)$$

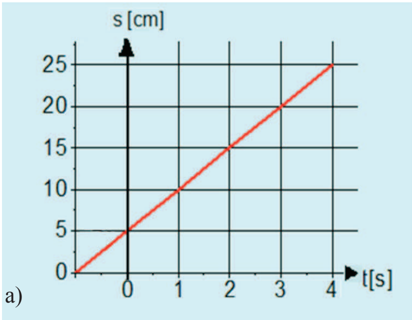
gdzie: s jest przebytą drogą, v – prędkością ruchu, t – czasem, a s_0 drogą przebytą, zanim zaczęto pomiar czasu (*drogą początkową*).

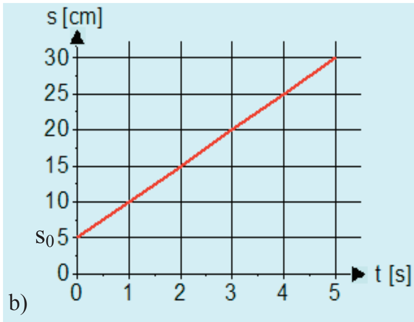
Zauważmy, że w naszym przykładzie bąbelka w cieczy pomiar odległości przeprowadziliśmy w taki właśnie sposób: nie od kreski ‘zerowej’, ale od pierwszej. Bąbelek, w momencie czasu $t = 0$ przebył już drogę $s_0 = 5$ cm. Przedstawia to poniższa tabelka.

Tab. 3.5. Pomiar drogi przebytej przez bąbelek, z uwzględnieniem *drogi początkowej* $s_0 = 5$cm.

Czas [sekundy]	Droga [cm]
0	5
1	10
2	15
3	20
4	25
5	30

Na wykresie zależności $s(t)$ droga s_0 odpowiada punktowi na osi pionowej (OY). Wykres zależności $s(t)$ jest nadal linią prostą o takim samym nachyleniu jak poprzednio, ale zaczyna się on w punkcie o współrzędnych (0, s_0), zob. rys. 3.7.





Rys. 3.7. Zależność przebytej drogi od czasu w przypadku drogi początkowej s_0 różnej od zera: a) droga początkowa różna od zera odpowiada sytuacji, w której zaczynamy mierzyć czas później, niż zaczął się ruch; b) z drugiej strony droga początkowa s_0 oznacza, że odległość mierzymy nie od punktu początkowego ruchu, ale od innego punktu.

Innym przykładem, w którym korzystamy ze wzoru (3.4.) są rajdy piesze, wyścigi kolarskie, rajdy samochodowe itp. W określonym dniu, np. we wtorek, turyści wędrują przez kilka godzin z określoną prędkością. Dla obliczenia trasy, którą przeszli tego dnia, korzystamy ze wzoru (3.3.); dla określenia, ile przeszli od początku rajdu, do drogi z wtorku należy dodać drogę s_0, którą przeszli *do* wtorku.

3.3. Prędkość średnia i prędkość chwilowa

Jak już mówiliśmy, aby zmierzyć prędkość ruchu, musimy dokonać pomiaru przebytej drogi i pomiaru czasu, w którym ta droga została przebyta. Stosunek przebytej Δs drogi do czasu Δt, w jakim ta droga została przebyta, określa *chwilową prędkość* w danym czasie Δt:

$$\mathrm{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

gdzie: Δs jest odcinkiem przebytej drogi, a Δt jest odcinkiem czasu.

Jak wiemy, prędkość ruchu, np. autobusu w ruchu miejskim, zmienia się co chwilę. Prędkościomierz samochodu w każdej chwili wskazuje prędkość, z jaką się samochód porusza. Jest to tak zwana **prędkość chwilowa**. Prędkość wskazywana może się zmieniać, w zależności od tego, czy autobus rusza z przystanku, hamuje, czy wreszcie stoi. Aby prędkość obliczona ze wzoru (3.5.) odpowiadała wskazaniom prędkościomierza, odcinki czasu Δt muszą być dostatecznie krótkie.

Prędkość ***chwilową*** v definiujemy jako stosunek przebytej Δs drogi do czasu Δt, w jakim ta droga została przebyta, przy założeniu, że ***czas*** Δt jest dość ***krótki.***

Czym innym jest prędkość *średnia* ruchu. Aby obliczyć prędkość średnią, musimy zmierzyć jedynie czas *całego ruchu*, od jego początku do końca, oraz *całkowitą* drogę przebytą.

$$\mathrm{v}_{śr} = \frac{s}{t} \qquad (3.5.)$$

Prędkość ***średnią*** $\mathrm{v}_{śr}$ definiujemy jako stosunek ***całkowitej*** przebytej s drogi do ***całkowitego*** czasu t, od początku do końca ruchu.