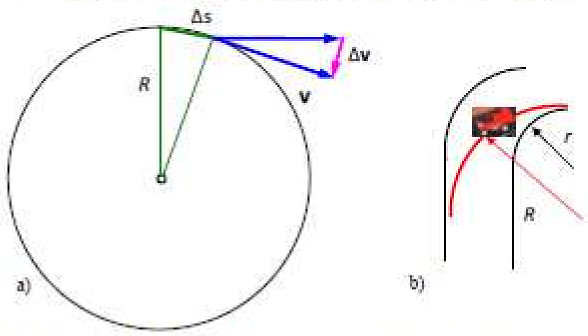
Newton w ciekawy sposób opisał tor ruchu ciała ulegającego odbiciom od ścian zamkniętego kwadratu, przyjmując że łączny wynik czterech odbić od poszczególnych ścian ma swój odpowiednik w sile utrzymującej ciało na orbicie wokół centrum. Zakładając dalej, że liczba odbić od ścian będzie rosnąć do nieskończoności (tak by torem ruchu był okrąg) doszedł do wniosku, że całkowita siła potrzebna do utrzymania ciała na orbicie w stosunku do przyczyny podtrzymującej ruch ciał ma się tak jak długość okręgu do jego promienia. Jeśli „przyczyną podtrzymującą ruch ciał” jest pęd *mv*, wówczas siła niezbędna do jednego okrążenia orbity może być wyrażona jako $2\pi mv$. Jeśli czas jednego okrążenia wyrazimy jako $2\pi r/v$, wówczas dzieląc siłę przez okres otrzymamy wyrażenie na *siłę działającą na ciało w ruchu po okręgu* jako mv^2/r. Ten niezwykle istotny dla rozwoju mechaniki wynik opublikował po raz pierwszy Christian Huygens w roku 1673, ale znacznie wcześniej Newton był już w stanie korzystać z zależności w tej postaci.

[wg Rob Iliffe „Newton – A Very Short Introduction, Oxford University Press 2007]

Oto związany z tym tematem fragment podręcznika G. Karwasza i M. Więcek „Fizyka współczesna” (ZDF UMK Toruń 2013):

Wyprowadzenie wzoru (1.6) - fakultatywne

Dokładne wyprowadzenie wzoru (1.6) wymaga (prostych) rozważań geometrycznych i jest przedstawione na rysunku 1.6. Droga Δs przebyta w jednostce czasu Δt wynosi $\Delta s = v\Delta t$ i jest wycinkiem okręgu. Dla małych Δt możemy ją przybliżyć za pomocą odcinka linii prostej.



Rys. 1.6. Przyspieszenie dośrodkowe w ruchu jednostajnym po okręgu. a) Wyprowadzenie wzoru $a = v^2/R$; trójkąt utworzony przez dwa promienie R i odcinek drogi Δs (zielony) jest podobny do trójkąta prędkości (wektory niebieskie) – stąd $\Delta s/R = \Delta v/v$, podstawiając $\Delta s = v\Delta t$ przekształcamy $\Delta v/\Delta t = v^2/R = a$, b) kierowca Formuły 1 „ścina” zakręt – w ten sposób promień R, po którym się porusza, jest większy niż promień zakrętu r i przy pokonywaniu zakrętu występuje mniejsze przyspieszenie dośrodkowe (innymi słowy, można pokonać zakręt z większą prędkością).

Trójkąt utworzony przez dwa promienie R i odcinek Δs (zaznaczony kolorem zielonym na rys. 1.6) i trójkąt utworzony przez wektory prędkości są podobne, więc stosunki długości odpowiednich boków są takie same. Wynika stąd związek

$$\frac{v\Delta t}{R} = \frac{\Delta v}{v} \tag{1.7}$$

Przekształcając ten wzór otrzymujemy

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} \tag{1.8}$$

czyli poszukiwany wzór na przyspieszenie $a = \frac{v^2}{R}$. Nie zapisujemy w tym wzorze przyspieszenia jako wektora, mimo że nim jest, gdyż pamiętamy, że wektor a jest prostopadły w każdym momencie do wektora v (i do trajektorii ruchu).

Jest to niezwykle ważna właściwość ruchu jednostajnego po okręgu. Z tej prostopadłości wynika, że planety nie spadają na Słońce a poruszają się, teoretycznie, ruchem wiecznym.

Dlaczego? Wiemy, z definicji pracy, że jest ona równa iloczynowi przesunięcia i siły, która to przesunięcie powoduje, ale tylko wzdłuż przesunięcia[9]. Jeżeli siła działa prostopadle do przesunięcia, a tak jest w ruchu po okręgu, to siła *nie wykonuje* pracy. Siła grawitacji, pełniąca w ruchu planet rolę siły dośrodkowej, jest prostopadła do kołowej trajektorii, więc nie wykonuje pracy. Jeżeli nad planetami nie jest wykonywana praca, to z prawa zachowania energii wynika, że *energia* ruchu planet nie zmienia się. Ruch jest wieczny!

[9] Zob. np. *Toruński poręcznik do fizyki. Gimnazjum klasa I*. Wydawnictwo Naukowe UMK, 2010 str. 85.