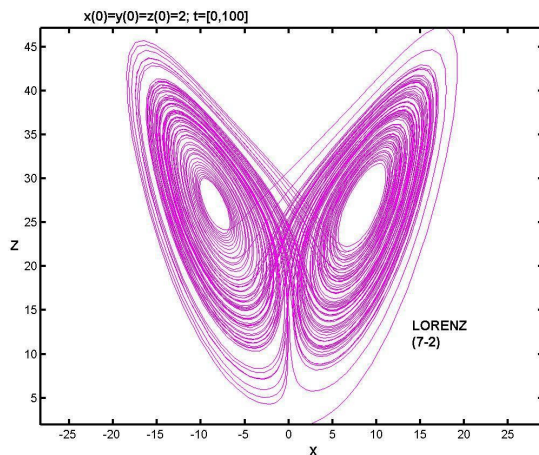


Od Lorenza do Sprotta - krótka historia układów dynamicznych



Widocznego na obrazku motyla nie spotkamy w Przyrodzie ożywionej. Jest on wynikiem całkowania układu trzech równań różniczkowych, każde rzędu pierwszego, z dwiema nieliniowościami kwadratowymi, postaci:

$$\dot{x} = a(y - x), \quad \dot{y} = cx - xz - y, \quad \dot{z} = xy - bz.$$

Kropka nad symbolami x , y , z oznacza pochodne względem czasu, natomiast stałe a , b oraz c są tzw. parametrami kontrolnymi układu.

Powyższe równania badał meteorolog pracujący w MIT w USA i wyniki

opublikował w słynnej pracy z roku 1963 [1]. Skrzydła motyla stały się szybko ikoną chaosu deterministycznego, a matematycznie, są wizualizacją tzw. dziwnego atraktora. W następnych latach intensywnie szukano układów prostszych od Lorenza. J.C. Sprott z USA, po przebadaniu numerycznym milionów układów równań, znalazł około dwudziestu układów równań prostszych algebraicznie od układu Lorenza. Równania Lorenza zawierają po prawej stronie siedem wyrazów i dwie nieliniowości. Najprostszy układ z chaosem deterministycznym znalazł Sprott i ma on pięć wyrazów i tylko jedną nieliniowość kwadratową. Są to równania postaci [2]:

$$\dot{x} = y^2 - z, \quad \dot{y} = x - Ay, \quad \dot{z} = y, \quad \text{gdzie } A \text{ jest parametrem kontrolnym.}$$

[1] E.N. Lorenz, Deterministic Nonperiodic Flow, Journal of the Atmospheric Sciences, 20 (1963) 130.

[2] J.C. Sprott, Simplest dissipative chaotic flow, Physics Letters, A228 (1997), 271.

Prof. dr hab. Adam Makowski