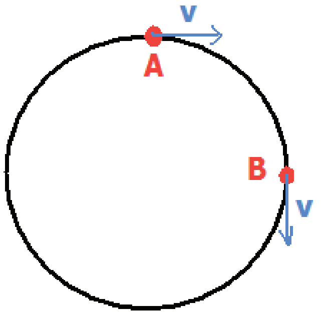
Dodatek 3.9 Ruch jednostajny po okręgu[17]

Do tej pory poznałeś ruchy odbywające się po torze prostoliniowym. Przykładem ruchu krzywoliniowego jest ruch po okręgu. Z pewnością potrafisz wymienić kilka. Oto przykłady takiego ruchu: konik na karuzeli, pasażerowie „diabelskiego koła" w wesołym miasteczku, wskazówki zegara i (z dużym przybliżeniem) ruch planet dookoła Słońca.

Mówiąc ruch jednostajny po okręgu, mamy na myśli ruch, w którym wartość (ale tylko wartość) prędkości się nie zmienia. Natomiast w czasie trwania ruchu zmienia się kierunek prędkości.



Rys. 3.17. W ruchu jednostajnym po okręgu wartość prędkości pozostaje stała, ale zmienia się jej kierunek

Przykład 3.16.

Karuzela kręci się ruchem jednostajnym. Który konik – ten od zewnątrz, czy ten wewnątrz w tym samym czasie zatacza większą drogę?

konik
od zewnątrz

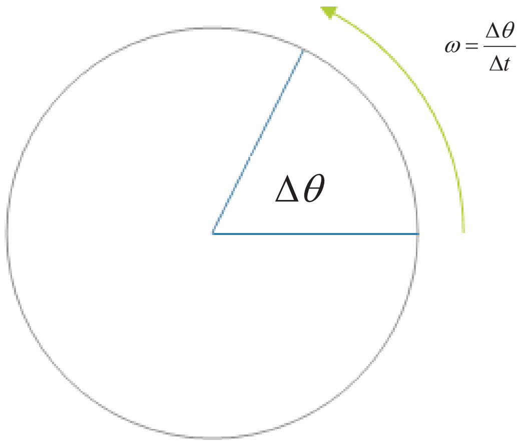
konik
od wewnątrz

Fot. 3.15. Karuzela z konikami

Oczywiście ten, który porusza się po większym *okręgu.* Ale odpowiedź na pytanie, który konik porusza się „szybciej", nie jest taka prosta.

[17] Uwaga dla nauczyciela: ruchu po okręgu nie ma w programie szkolnym. Piszemy o nim z trzech względów. Po pierwsze, ruch po okręgu (formalnie ruch *przyspieszony*) jest dobrym przykładem praktycznym ruchu ze *stałą* wartością prędkości (nie jest łatwo znaleźć przykłady ruchu *prostoliniowego* ze stałą prędkością). Po drugie, ruch po okręgu w astronomii, a szczególnie jego stała wartość fascynowała uczonych od Arystotelesa do Newtona. Mikołaj Kopernik pisał: „Ruch ciał niebieskich jest jednostajny, kołowy, nieustający albo z kołowych ruchów złożony". Trzecia zaś uwaga dotyczy dynamiki: ruch po okręgu, np. ciał niebieskich, może być jednostajny, mimo że działa siła grawitacji, ale jest ona prostopadła do trajektorii, więc praca tej siły jest zerowa.

Oba koniki zataczają *pełen* okrąg w tym samym czasie, choć zewnętrzny konik pokonuje w tym samym czasie większą *drogę*. Powiemy, że oba koniki, zewnętrzny i wewnętrzny zataczają w tym samym czasie takie same *kąty*. Do opisu ruchu po okręgu służą więc dwa pojęcia: prędkości liniowej i prędkości kątowej.



Rys. 3.18. Zatoczony kąt w ruchu jednostajnym po okręgu

Prędkość **liniowa**, jak już wiemy, związana jest z przebytą odległością (mierzoną w metrach lub kilometrach) w jednostce czasu. Konik znajdujący się dalej od środka karuzeli, czyli zewnętrzny, przebywa większą drogę niż konik wewnętrzny w tym samym czasie. Stąd wniosek, że prędkość liniowa konika zewnętrznego jest większa niż wewnętrznego. Każdy z nich porusza się ruchem jednostajnym po okręgu, ale z różnymi prędkościami liniowymi.

Prędkość **kątowa** dotyczy liczby obrotów w jednostce czasu. Oba koniki wykonują tyle samo obrotów w tym samym czasie, więc ich prędkości kątowe są sobie równe. Prędkość kątową mierzymy w stopniach (kątowych) na sekundę lub innych podobnych jednostkach.

Możemy też definiować liczbę obrotów w jednostce czasu (obrotomierz na tablicy wskaźników samochodu to właśnie pokazuje w jednostce „obroty na minutę"). Czasem wielkość tę nazywamy też „częstotliwością". Częstotliwość prądu zmiennego w sieci elektrycznej, 50 Hz w Europie i 60 Hz w USA, oznacza, że prądnica w elektrowni wykonuje 50 (lub 60 w USA) pełnych obrotów na sekundę.

Obie prędkości, kątowa i liniowa, są ze sobą ściśle powiązane. Jeżeli karuzela wykonywać będzie więcej obrotów w czasie np. jednej minuty, to wzrośnie jej prędkość kątowa. Równocześnie zwiększy się prędkość liniowa każdego z koników. Dwukrotny wzrost prędkości kątowej przyczynia się do dwukrotnego wzrostu prędkości liniowej. Prędkość kątowa i prędkość liniowa są proporcjonalne.

Z drugiej zaś strony dla ustalonej prędkości kątowej prędkość liniowa określonego konika na karuzeli zależy od jego odległości od osi obrotu. Między prędkością liniową a kątową zachodzi związek

$$\boxed{\mathrm{v} = \omega \cdot r} \quad (3.10),$$

gdzie: ω jest prędkością kątową, a *r* odległością od osi obrotu[18].

[18] Uważny czytelnik stwierdzi, że we wzorze tym „nie zgadzają się" jednostki miar. Aby z prędkości kątowej ω obliczyć prędkość liniową w m/s, ta pierwsza powinna być podana w jednostkach 1/s, a nie w °/s. Sam kąt powinien być więc jednostką bezwymiarową. Taką jednostką jest tzw. miara łukowa kąta, wyrażona w radianach. Wzór (3.10.) podajemy więc jedynie jako wskazówkę, od czego zależy prędkość v w ruchu po okręgu.

Przykład 3.17.

Z jaką prędkością liniową porusza się koniec skrzydła elektrowni wiatrowej, jeśli to skrzydło zatacza 1 obrót na 5 sekund i ma długość 20 m? Ile wynosi prędkość kątowa tego skrzydła?

Rozwiązanie:

Dane:

$r = 5$ m,

$f = \dfrac{1\ obrót}{5s}$ (częstotliwość).

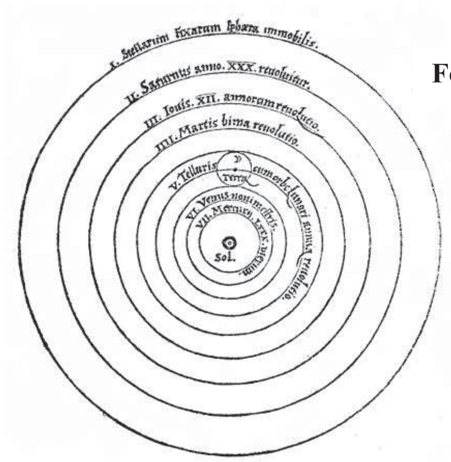
Jeśli skrzydło zatacza pełny obrót, to jego koniec zatacza drogę równą obwodowi koła o promieniu 20 m. Ta droga s wynosi:

$s = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 20 = 125{,}6$ m.

Prędkość końca wiatraka wynosi $\mathrm{v} = \dfrac{s}{t} = \dfrac{125{,}6}{5} = 25\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Prędkość kątowa skrzydła wynosi $\omega = \dfrac{360^{\mathrm{O}}}{5\ s} = \dfrac{72^{\mathrm{O}}}{s}$.

Fot. 3.16. Pojedyncze skrzydło wiatraka (elektrowni wiatrowej) ma długość 20 metrów, a nawet więcej. Skrzydło zamontowane na wiatraku porusza się z małą prędkością kątową, ale jego koniec z dużą prędkością *liniową*



Fot. 3.17. Układ Słoneczny wg. Kopernika.

Już Kopernik zauważył, że im dalej od Słońca planeta, tym wolniej się porusza. Na rysunku w swej pracy *O obrotach ciał niebieskich* zaznaczył „Jupiter zatacza (okrąg) w XII lat; Saturn zatacza (okrąg) w XXX lat”. Nie są to więc skrzydła żadnego kosmicznego wiatraka. Johannes Kepler (1571–1630) nadał tej obserwacji zależność matematyczną, a Izaak Newton wyjaśnił tę zależność, opierając się na prawie powszechnej grawitacji.