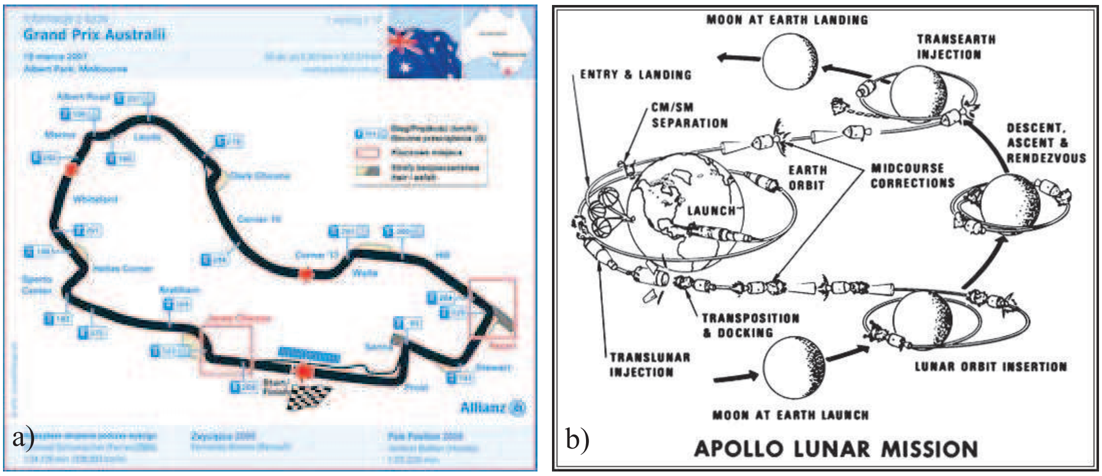
ROZDZIAŁ III. Kinematyka, czyli nauka o cechach ruchu

3.1. Ruch i jego opis

Nasze codzienne doświadczenie sugeruje, że aby ciała się poruszały, to musi je coś „wprawiać w ruch”. Ludzkości zajęło parę tysiącleci, aby poznać *prawa ruchu*. Pierwszym, który stwierdził, że ciała raz wprawione w ruch poruszają się *bez* żadnych dodatkowych zewnętrznych przyczyn, był zakonnik, Jean Buridian (1295–1358), profesor uniwersytetu w Paryżu. Pisał on, że własnością ruchu jest *impetus*, który ciało poruszające się uzyskuje od ciała wprawiającego je w ruch. Dzięki temu odkryciu Mikołaj Kopernik nie musiał już wyjaśniać „obrotów sfer niebieskich” za pomocą jakiś tajemnych przekładni itp. Ciała niebieskie, raz wprawione w ruch, poruszają się (prawie) wiecznie. Dziś *impetus* nazywamy „pędem”. Ale po kolei…

1. Trajektoria ruchu

Zanim powiemy, *jak* porusza się jakieś ciało, najpierw musimy określić, *gdzie* ono się porusza. Rakieta leci z Ziemi na Marsa po **trajektorii** lotu, a samochód Formuły 1 jeździ po *torze*. Otóż **tor** jest to krzywa (lub prosta), jaką poruszające się ciało kreśli w przestrzeni. Pojęcia toru i trajektorii są zresztą zamienne: o torze mówimy na przykład w przypadku wyścigów saneczkarzy, a w przypadku lotu pocisku, rakiety lub piłki do bramki mówimy raczej o trajektorii.



Rys. 3.1. Tory wyścigów Formuły 1 mają różne kształty. Samochody jadące po tych torach kreślą *trajektorie* ruchu. Planowanie trajektorii lotu na Księżyc (na rysunku plan lotu Apollo 12, NASA) jest skomplikowane – musi uwzględniać ruch nie tylko rakiety, ale i ruch Księżyca dookoła Ziemi.

Są rozmaite sposoby opisywania trajektorii – można ją wykreślić, sfotografować, opisać słownie. Wyjeżdżając na wycieczkę samochodem, można wydrukować mapy, skorzystać z nawigacji satelitarnej, która mówi po kolei, gdzie należy skręcić, albo zapytać o drogę przechodnia.

Zadanie 3.1.

Opisz słownie, a następnie zrób rysunek ilustrujący twoją drogę z domu do szkoły. Zrób to na różne sposoby – słownie i rysunkowo.

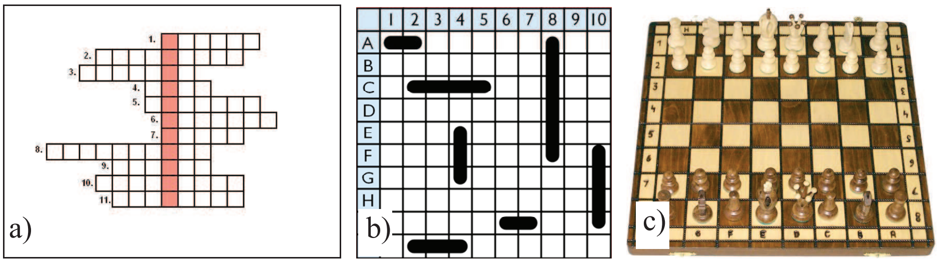
1. Wychodzę z domu i idę w prawo 150 metrów, po czym skręcam w lewo i idę 200 metrów, po czym…

2. Wychodząc z domu, idę ulicą Sienkiewicza po prawej stronie, w kierunku rosnących numerów; na drugim skrzyżowaniu skręcam w ulicę Mickiewicza i idę po stronie numerów nieparzystych w kierunku numerów malejących.
3. Zrób szkic na pustej, białej kartce.
4. Zrób szkic, możliwie w skali, na kartce w kratkę.
5. Zaznacz swoją drogę na planie miasta.

Wszystkie te sposoby są dobre do opisu drogi – określają twoją trasę (tzn. trajektorię ruchu) między domem a szkołą. Oczywiście najlepszym sposobem jest zaznaczenie trajektorii na planie miasta, zob. rys. 3.4. nieco dalej w tym rozdziale.

2. Układ współrzędnych

Rozwiązanie krzyżówki czy zabawa w bitwę morską wymaga dokładnego określenia miejsca obiektu. Na planie miasta są to kwadraty, na mapie Polski – dwie współrzędne geograficzne – „długość” (λ) i „szerokość” (φ). Toruń leży w punkcie określonym przez współrzędne $\lambda = 18°37'E$, $\varphi = 53°01'N$. Oczywiście, aby móc to tak określić, musimy wybrać punkt odniesienia: dla współrzędnej pionowej (N) jest to równik, dla współrzędnej poziomej (E) przedmieście Londynu, Greenwich.



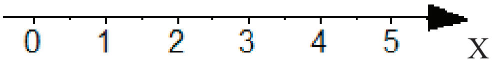
Fot. 3.1. Układ odniesienia jest niezbędny, np.: a) do rozwiązania krzyżówki; b) do gry w bitwę morską; c) do gry w szachy. We wszystkich tych przypadkach podajemy dwie współrzędne – poziomą i pionową, na przykład w bitwie morskiej statek „dwumasztowy” ma współrzędne A1 i A2

Zauważmy, że inaczej trzeba określić położenie w przypadku podróży koleją (tylko odległość od punktu wyjazdu, lub przeznaczenia), inaczej gdy odbywa się podróż samochodem (można wybrać wiele różnych dróg, zob. też. przykład 3.2.), wreszcie w przypadku lotu samolotem pilot podaje zarówno miejsce na mapie („przelatujemy właśnie nad Poznaniem”), jak i wysokość (5 tys. metrów).

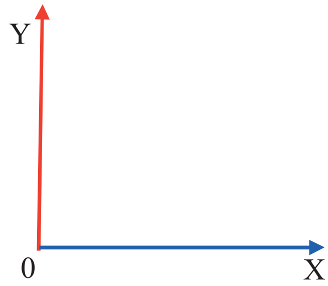
Fot. 3.2. Układ odniesienia jest niezbędny (c.d.), np.: d) do znalezienia ulicy na planie miasta; e) do znalezienia miasta na globusie. Dla ułatwienia znalezienia ulicy na planie miasta korzysta się z tego samego sposobu, co w bitwie morskiej – podaje się kwadrat, w jakim dana ulica się znajduje, np. D3

W zależności od sytuacji układ współrzędnych może więc być:

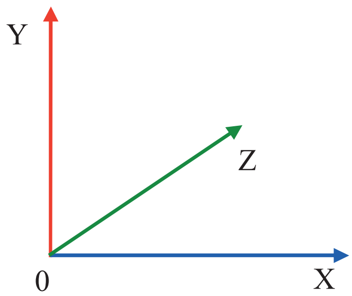
a) osią liczbową w jednym kierunku



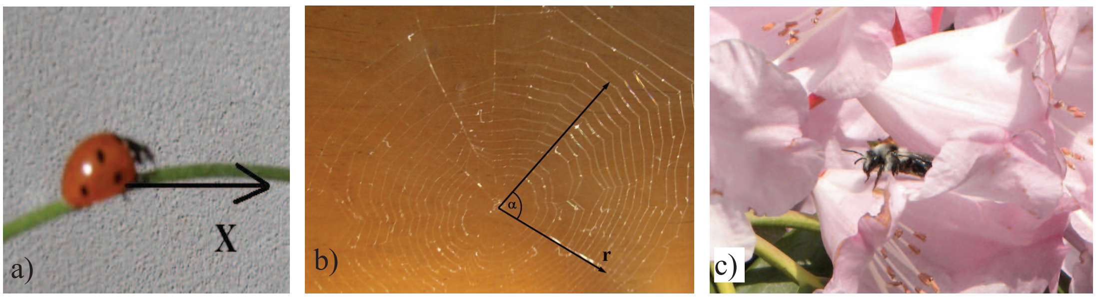
b) układem dwóch osi wzajemnie prostopadłych (tzw. układ kartezjański[9] na płaszczyźnie)



c) układem trzech osi wzajemnie prostopadłych (układ kartezjański w przestrzeni)



W każdym przypadku musimy podać punkt odniesienia (punkt początkowy układu współrzędnych) oraz jednostkę miary. W starożytnym Rzymie wszystkie drogi liczyło się od Rzymu, a jednostką miary był „stadion", czyli około 192 m. W miastach amerykańskich numery domów podaje się nie kolejno, ale jak daleko są od umownego środka miasta, odległość mierzy się w milach (1,6 km). Ale, jak to pokazują poniższe fotografie, możliwych jest wiele innych układów współrzędnych.



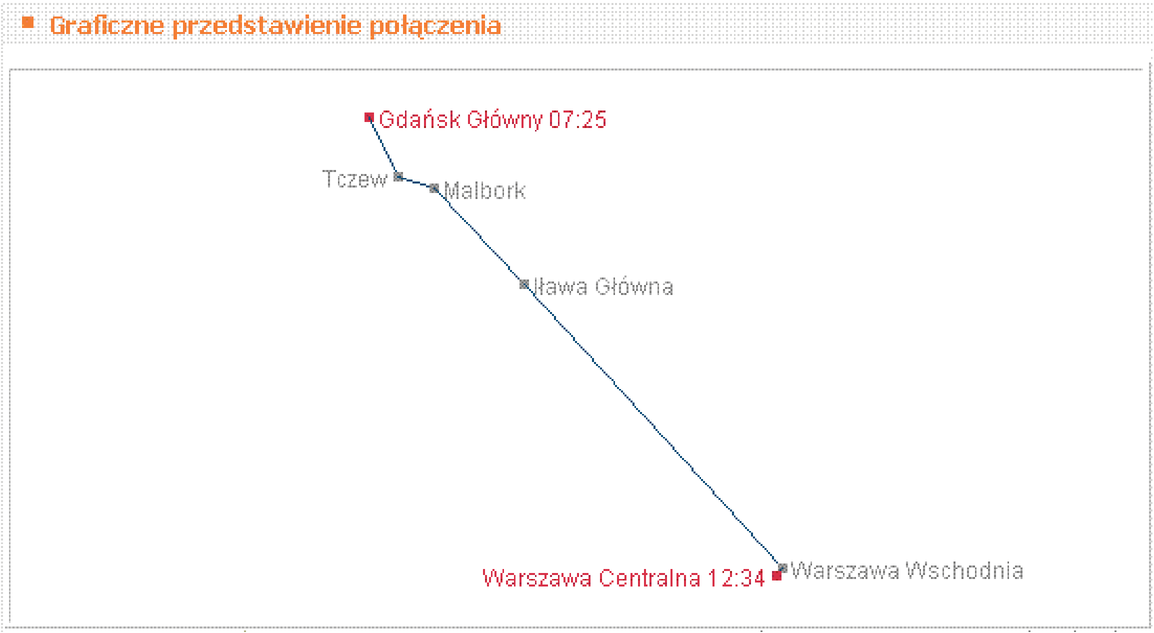
Fot. 3.3. Różne sytuacje wymagają różnego stopnia szczegółowości w opisie położenia: a) w przypadku biedronki na łodydze kwiatu wystarczy podać, jak daleko jest od końca łodygi (przykład jednego *wymiaru*); b) w przypadku pajęczyny trzeba podać, na którym z promieni i na którym okręgu złapała się mucha (przykład ruchu na płaszczyźnie, czyli w dwóch wymiarach); c) pszczoła wśród kwiatów porusza się w trzech kierunkach (góra–dół, lewo–prawo, dalej–bliżej).

Najprostszym przykładem ruchu jest ruch w jednym wymiarze, jak np. biedronki wzdłuż łodygi kwiatu lub biegaczy na dystansie 100 m na prostoliniowym odcinku bieżni.

[9] Od nazwiska wynalazcy, filozofa i fizyka Kartezjusza (1596–1650).

W przypadku ruchu biedronki na łodydze lub pociągu jadącego po torze kolejowym wystarcza zupełnie proste określenie położenia. Gdy mówimy o ruchu pociągu z Krakowa do Warszawy, wystarczy podać, jak daleko jesteśmy od Warszawy (albo Krakowa). W przypadku przejazdu pociągu można przyjąć, nieco upraszczając, że ruch odbywa się tylko w jednym wymiarze. Oczywiście, nie mówimy tu o poszczególnych częściach pociągu jak koła, ale o całym pociągu, najlepiej widzianym z dużej wysokości, tak aby wyglądał jak *punkt materialny*.

W najprostszym przypadku ruchu zakładamy, że obiekty są tak małe, że można je przybliżyć przez ***punkt***. Mówimy o ***ruchu punktu materialnego***.



Rys. 3.2. „Graficzne przedstawienie połączenia” to uproszczona *trajektoria*. Z tego rodzaju wykresu nie potrafimy jeszcze wywnioskować, jak szybko jedzie pociąg na poszczególnych odcinkach drogi

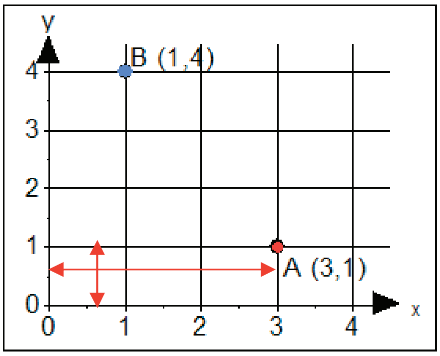
Najczęściej używanym sposobem przedstawienia trajektorii jest wykres na płaszczyźnie, w prostokątnym układzie współrzędnych. Określenie położenia wymaga w tym przypadku podania dwóch liczb – odległości od początku układu współrzędnych wzdłuż osi poziomej (OX) i osi pionowej (OY). Pokażmy to na przykładzie.

Przykład 3.1.

Zaznacz w układzie współrzędnych prostokątnych punkt A o współrzędnych $x_A = 3$ i $y_A = 1$ i punkt B o współrzędnych $x_B = 1$ i $y_B = 4$.

Rozwiązanie:

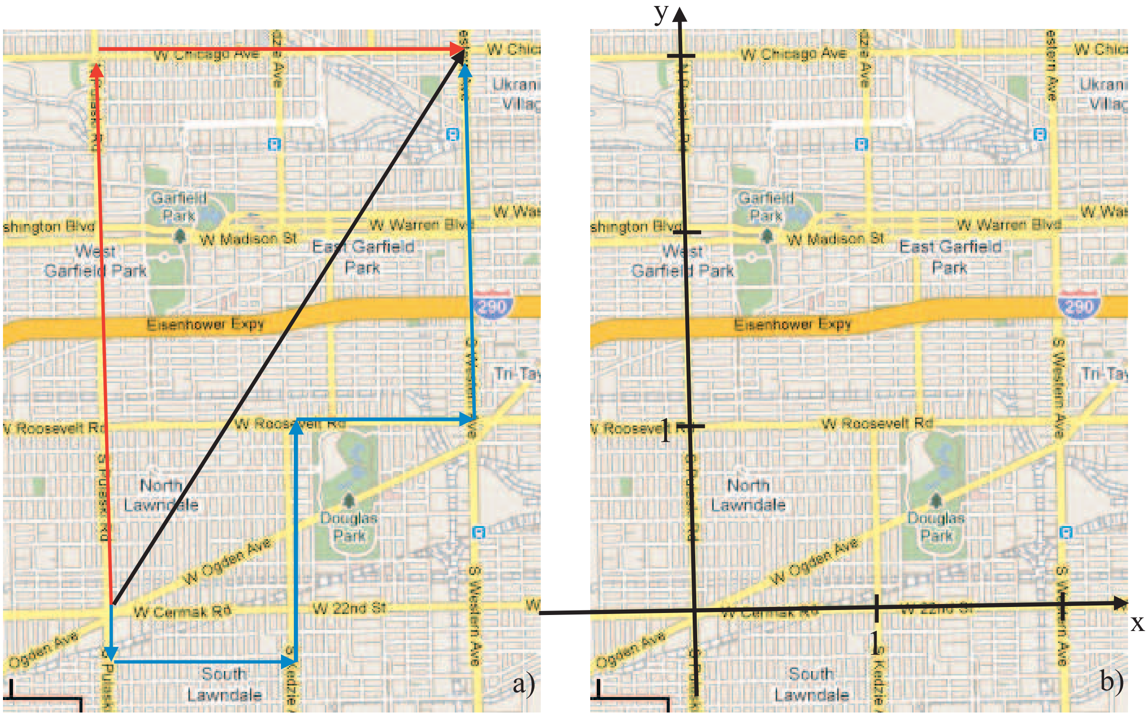
Rysujemy układ współrzędnych prostokątnych i wybieramy jednostki na obu osiach. Aby zaznaczyć $x_A = 3$, odmierzamy 3 jednostki wzdłuż osi OX, aby zaznaczyć $y_A = 1$, odliczamy jedną jednostkę wzdłuż osi OY. Zapis A(3,1) oznacza $x_A = 3$ i $y_A = 1$ lub słownie: idź trzy jednostki w prawo, a następnie jedną jednostkę w górę.



Rys. 3.3. Ilustracja do zadania 2.1. Współrzędne punktu na płaszczyźnie podają odległości od osi OX (współrzędna y) i od osi OY (współrzędna x)

Przykład 3.2.

Plany wielu miast amerykańskich tworzą szachownicę ulic przecinających się pod kątem prostym. W Chicago, na skrzyżowaniu ulicy Pułaskiego i Cermaka (zob. rys. 3.4.) miał miejsce napad. Gangsterzy uciekają samochodem. Ich samochód przejeżdża 3 mile na północ, po czym 2 mile na wschód, ale zatrzymuje się. Helikopter policyjny wyrusza w linii prostej od miejsca napadu do punktu zatrzymania się gangsterów. Ile mil musi przelecieć? Rabusiów goni też inspektor Bagol. Inspektor startuje z miejsca napadu, ale pojechał początkowo w niewłaściwym kierunku, później skręcił, dojechał co prawda do rabusiów, ale dłuższą drogą, zobacz to na rysunku.



Rys. 3.4. a) Trasa gangsterów (czerwone strzałki), helikoptera policji (czarna strzałka) i inspektora Bagola (niebieskie strzałki). Strzałki oznaczają kierunek przemieszczania się gangsterów, policji i Bagola. Jak widzisz, do tego samego punktu końcowego można dotrzeć na różne sposoby; b) jeżeli wprowadzimy układ współrzędnych, najlepiej prostokątnych i wybierzemy właściwe jednostki na osiach (tu jedna mila), to możemy przedstawić kolejne położenia gangsterów w postaci ciągu liczb lub tabelki, zob. poniżej w tekście rozdziału.

Rozwiązanie:

W rozwiązaniu skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa. Elementy trajektorii samochodu tworzą kąt prosty i są dwoma bokami trójkąta, a trajektoria helikoptera (oczywiście widziana z góry) to odcinek zamykający ten trójkąt. Oznaczmy przez a i b długości odcinków przebytych przez samochód rabusiów, a przez c długość lotu w linii prostej helikoptera. Twierdzenie Pitagorasa mówi, że kwadrat długości odcinka c zamykającego trójkąt (tzw. przeciwprostokątnej) jest równy sumie kwadratów długości dwóch boków a i b tworzących kąt prosty (tzw. przyprostokątnych). Zapisujemy to wzorem w sposób następujący:

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Podstawiając dane liczbowe a = 3 mile, i b = 2 mile, otrzymujemy $a^2 + b^2 = 13$, czyli $c = \sqrt{13} \approx 3{,}6$ mili. Helikopter musi więc przebyć zaledwie 3,6 mili.

4. Tabelka i wykres

Gangsterzy i Bagol poruszają się po trajektoriach składających się z odcinków linii prostych. Przedstawmy trajektorię inspektora w innej jeszcze postaci – tabelki określającej położenia początku i końca tych odcinków (innymi słowy, podajmy współrzędne kolejnych punktów A, B, C itd., w których Bagol zmieniał kierunek ruchu).

Bagol wystartował z początku układu współrzędnych, tj. z punktu o współrzędnych (0,0), po czym pojechał na południe, do punktu o współrzędnych $x = 0$, $y = -0{,}25$ (w przybliżeniu). Następnie Bagol pojechał na wschód, do punktu o współrzędnej $x = 1$ (i $y = -0{,}25$, niezmieniona). Odczytując kolejne współrzędne, otrzymujemy poniższe zestawienie.

A (0,0) → B (0, -0,25) → C (1, -0,25) → D (1,1) → E (2,1) → F (2,3)

Pamiętajmy, że wybraną jednostką odległości jest mila. Powyższy spis pozwala określić kolejne punkty położenia Bagola, natomiast nic nie mówi o czasie, w jakim znalazł się w tych punktach. Opis ruchu nie jest więc wystarczający.

W naszym poznawaniu praw ruchu zaczniemy od ruchu wzdłuż prostej, a dopiero w dalszej części nauki dokładniej określimy sposoby przewidywania ruchu w dwóch i trzech wymiarach. Ale najpierw jeszcze jedno zadanie związane z Toruniem.

Zadanie 3.2.

Łódka wiosłowa przepływa przez Wisłę szeroką pod Toruniem na 400 metrów. Wioślarz wiosłuje prostopadle do brzegu, ale łódka jest również znoszona przez prąd. W tym czasie, w jakim wioślarz dociera do przeciwległego brzegu, gałązka puszczona z biegiem rzeki przepływa 300 metrów. Jaką całkowitą drogę przebyła łódka?

Rozwiązanie:

Ruch w dwóch prostopadłych kierunkach (w poprzek rzeki dzięki wysiłkowi wioślarza i z prądem, wzdłuż biegu) są niezależne. W tej samej jednostce czasu, w której łódka pokonuje 4 metry w poprzek rzeki, jest znoszona wzdłuż rzeki o 3 metry. Całkowita droga przebyta w poprzek rzeki to $a = 400$ metrów, a wzdłuż rzeki $b = 300$ metrów. Dwa kierunki są prostopadłe, stosujemy więc twierdzenie Pitagorasa. Oznaczając przez c całkowitą drogę przebytą przez łódkę, otrzymujemy:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(300)^2 + (400)^2} = 500 \text{ metrów.}$$