Wzór Balmera jest prosty do odgadnięcia – prążki są położone coraz bliżej siebie, w miarę wzrostu częstotliwości fali ν (czyli malejącej długości fali λ), gdyż przypominamy

$$\nu = \frac{c}{\lambda}. \tag{2.12}$$

Dysponując już wzorem Plancka na energię fotonów możemy wydedukować wzór [ważny!] na położenie poszczególnych prążków w widmie wodoru, począwszy od prążka czerwonego.

$$\boxed{E = h\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)} \tag{2.13}$$

gdzie R jest pewną stałą a n =3, 4, 5, itd.

Prążkowi czerwonemu przypisujemy liczbę n = 3, niebieskiemu n = 4 itd.

Ile wynosi stała R i dlaczego tak numerujemy linie w serii Balmera opowiemy w następnym paragrafie.

1. Podaj wzór na energię fotonów światła w serii Balmera (czyli dla atomowego wodoru w zakresie widzialnym)
2. Wymień gazy szlachetne odkryte dzięki analizie widmowej.
3. Podaj jednostkę miary masy cząsteczek, wygodną do użycia w chemii.
4. Ile wynosi, z analizy widma, temperatura fotosfery Słońca?

2.5. Model Bohra struktury atomu

Model Bohra, obok hipotezy Plancka i prac Einsteina jest przykładem niezwykle odważnego pomysłu w historii fizyki. Pozwolił on na poznanie natury fizycznej (a nie tylko zależności matematycznej) zagadkowego nieco wzoru (2.13) na serie widmowe wodoru, jak seria Balmera. Model Bohra jest drugim, obok pracy Plancka z 1900 roku, filarem fizyki kwantowej – wyjaśnił on budowę atomu wodoru.

W okresie między 1900 a 1913 rokiem w widmie wodoru dokonano kolejnych odkryć – w 1906 T. Lyman badał linie w nadfiolecie a w 1908 roku F. Paschen odkrył serię linii w podczerwieni. Badano również widma gwiazd, odkrywając nowe linie widmowe.

Niels Bohr, Duńczyk, w 1913 roku młody doktorant w Manchesterze w Anglii próbował wyjaśnić wzór na energię fotonów w widmie wodoru. Model atomu wodoru wzorował na modelu Kopernika układu słonecznego. Jak w układzie słonecznym lżejsze planety krążą wokół masywnego Słońca, tak w atomie - lżejsze, ujemnie naładowane elektrony krążą dookoła ciężkiego, dodatnie naładowanego jądra[29]. W przypadku Ziemi przyciągającą siłą jest siła grawitacji ze strony Słońca; to ona pełni rolę siły dośrodkowej. W modelu Bohra rolę siły dośrodkowej pełni przyciągająca siła oddziaływania *elektrycznego* między jądrem a elektronem. Model jest tak uderzający prostotą, że wydaje się niezrozumiałe, dlaczego nikt tego modelu wcześniej nie zaproponował.

Model Bohra miał jedną niespójność: w rozumieniu równań Maxwella, taki atom nie byłby stabilny. Dlaczego? Otóż, jak to wynikało z doświadczenia Hertza, ładunek elektryczny poruszający się ruchem przyspieszonym emituje fale elektromagnetyczne. Ba! Od 1896 roku stwierdzenie to było również potwierdzone pierwszą transmisją radiową, czyli

[29] Jak to powiemy jeszcze w dalszej części Poręcznika, masa elektronu to tylko 1/1837 część masy jądra wodoru, czyli protonu. Istnienie ciężkiego jądra w atomie zostało odkryte w 1914 roku, przez Ernesta Rutherforda, pracującego wówczas w Manchesterze.

wykorzystującą fale elektromagnetyczne. Jeżeli poruszający się ładunek emituje fale elektromagnetyczne, traci energię; jeśli traci energię to spowalnia, maleje siła odśrodkowa i spadnie na jądro.

Przypomnijmy wzór na siłę odśrodkową:

$$F = \frac{m\mathrm{v}^2}{r} \tag{2.14}$$

gdzie m jest masą elektronu, v - jego prędkością na orbicie a r – promieniem tej orbity.
Siła ta w stabilnym atomie musi być równoważona przez siłę Coulomba przyciągania elektrycznego między elektronem a protonem:

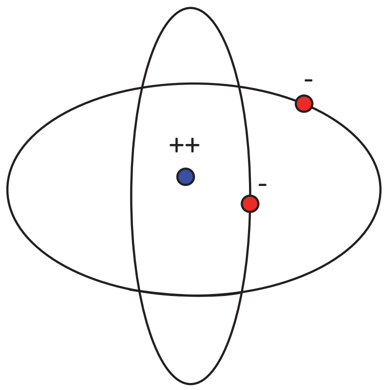
$$\boxed{F = \frac{ke^2}{r^2}} \tag{2.15}$$

gdzie e jest ładunkiem elektronu $1{,}6 \cdot 10^{-19}$C, r – promieniem orbity (nadal nam nieznanym), a stała $k = 9 \cdot 10^9$ w jednostkach SI $[\frac{Nm^2}{C^2}]$.

Bohr[30], podobnie nieco jak Newton i Kepler swoje prawa, sformułował trzy postulaty dotyczące atomu wodoru:

1. elektrony krążą po orbitach (eliptycznych) wokół jądra
2. w określonych warunkach orbity są stabilne
3. światło (fala elektromagnetyczna) jest emitowane w trakcie przeskoku z orbity dalszej (energetycznie wyższej) na orbitę bliższą jądru (energetycznie niższej).

W trzecim postulacie Bohr założył do swoich obliczeń, że częstotliwość emitowanego światła jest równa połowie częstotliwości ruchu orbitalnego elektronu na orbicie niższej. Ten trzeci postulat podawany jest również w innych sformułowaniach – opiszemy je później.



Ryc. 2.21. Dwie przykładowe orbity elektronów w atomie; tak je mógł sobie wyobrażać M. Bohr. W oryginalnym modelu Bohra elektrony krążą po orbitach eliptycznych; na tym rysunku orbity pokazane są jedynie orientacyjnie, dopóki ich dokładnie nie wyliczymy

Jakie wnioski wynikają z postulatów Bohra? Przede wszystkim jesteśmy w stanie wyliczyć tak energie elektronów na poszczególnych orbitach jak i promienie tych orbit. Nie jest to specjalnie trudne. Musimy jedynie przypomnieć wzory na energię: kinetyczną (czyli ruchu) i potencjalną (i w polu grawitacyjnym i w polu elektrycznym) związaną z odległością od jądra (lub środka Ziemi).

[30] N. Bohr, On the Constitution of Atoms and Molecules, Philos. Mag. 26, 1, http://web.ihep.su/dbserv/compas/src/bohr13/eng.pdf

(Fakultatywne)
Wzór na energię kinetyczną to

$$E = \frac{m\text{v}^2}{2} \tag{2.16},$$

a na energię potencjalną

$$E = -\frac{ke^2}{r} \tag{2.17}$$

gdzie symbole po prawej stronie wzoru są identyczne jak we wzorze 2.15.

We wzorze na energię kinetyczną przyjmujemy znak +. Zgodnie z definicją[31], energia to zdolność ciała do wykonania pracy. Rozpędzony samochód jest zdolny do wykonania pracy – choćby przeciw sile tarcia na pewnym odcinku. Jeżeli natomiast elektron jest związany z jądrem, to nie jest on w stanie wykonać (użytecznej dla nas) pracy; co więcej, aby elektron mógł się przemieszczać swobodnie, należy nad nim wykonać pracę. Stąd znak minus we wzorze na energię potencjalną, podobnie jak dla pola grawitacyjnego, zob. wzór (1.32).

Możemy zapisać całkowitą energię elektronu jako

$$E_c = \frac{m\text{v}^2}{2} - \frac{ke^2}{r} \tag{2.18}$$

Ze przyrównania siły Coulomba i odśrodkowej otrzymujemy

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{m\text{v}^2}{r} \tag{2.19}$$

Ze wzoru (2.19) znajdujemy

$$\frac{ke^2}{r} = m\text{v}^2 \tag{2.20}$$

czyli energia elektronu wynosi po prostu

$$E_c = -\frac{1}{2} m\text{v}^2 \tag{2.21}$$

gdzie v jest prędkością elektronu na orbicie lub alternatywnie

$$E_c = -\frac{1}{2}\frac{ke^2}{r} \tag{2.22}$$

Jest to ważny wynik: w ruchu po orbicie kołowej energia kinetyczna jest równa połowie energii potencjalnej (a właściwie połowie wartości bezwzględnej energii potencjalnej, jako że ta przyjmuje wartości ujemne).

Energia elektronu na orbicie jest równa, zgodnie z modelem Bohra, energii wypromieniowanego światła, co z postulatu Plancka możemy zapisać jako

$$E = nh\nu, \tag{2.23}$$

gdzie ν jest częstotliwością emitowanego kwantu światła a n ilością wyemitowanych kwantów. Liczba n tak rozumiana jest liczbą naturalną $n = 1, 2, 3$ itd.

Potrzebujemy teraz wyznaczyć częstotliwość ν_1 ruchu elektronu na orbicie. ν_1 mówi, ile razy w ciągu sekundy elektron wykona pełnych okrążeń jądra. W tym celu musimy podzielić drogę przebytą przez elektron w ciągu sekundy przez długość jego orbity $2\pi r$. Droga przebyta

[31] Zob. *Toruński poręcznik do fizyki. Gimnazjum klasa I.* Wydawnictwo Naukowe UMK, 2010, s. 87

w ciągu sekundy to po prostu prędkość elektronu v, jeśli wyrazimy ją w m/s. Wyprzedzając nieco wynik, wyliczymy ile razy w ciągu sekundy elektron o prędkości 2180 km/s znajdujący się na najniższej orbicie, o promieniu około $0{,}5 \cdot 10^{-10}$ m obiega jadro: $694 \cdot 10^{13}$ razy (czyli ok. 10^{16} razy – to są częstości typowe dla fal elektromagnetycznych w zakresie widzialnym).

Zapiszmy powyższe rozważania na częstość obiegu wzorem:

$$\nu_1 = \frac{\mathrm{v}}{2\pi r} \qquad (2.24)$$

Jak pisał Bohr[32], częstotliwość ν emitowanego światła jest równa połowie częstotliwości ν_1 obiegu elektronu dookoła jądra. Równanie (2.24) możemy więc przekształcić jako $E = nh\nu = nh(\frac{\mathrm{v}}{4\pi r})$, a przyrównując to do wyliczonej energii elektronu w równaniu (2.21) otrzymujemy równość

$$\frac{m\mathrm{v}^2}{2} = nh(\frac{\mathrm{v}}{4\pi r}) \qquad (2.25)$$

Po uproszczeniu otrzymujemy bardzo ważmy wzór:

$$\boxed{m\mathrm{v}r = n\frac{h}{2\pi}} \qquad (2.26)$$

Przypomnijmy, że iloczyn masy i prędkości nazywamy pędem[33] a iloczyn pędu w ruchu po okręgu przez promień okręgu nazywamy momentem pędu. Z kolei iloraz stałej Plancka h przez 2π zaznaczamy umownie jako „*h* kreślone”, $\hbar$, tak jak polskie ł, jest w innych językach „l kreślonym”.

Postulat Bohra możemy więc zapisać w lakoniczny sposób:

Moment pędu elektronu w atomie wodoru jest skwantowany i przyjmuje wartości $n\hbar$, gdzie n jest liczbą naturalną.

Korzystając z tak sformułowanego postulatu Bohra możemy wrócić do wzoru (2.21) na energię:

$$E_c = -\frac{1}{2}m\mathrm{v}^2 \qquad (2.27)$$

Aby znaleźć dopuszczalne wartości energii, musimy prędkość v zastąpić przez stałe fizyczne, jak $\hbar$, k i przez wartości charakterystyczne elektronu – jego masę m i ładunek e.

Z równania (2.19) dostajemy

$$m\mathrm{v}^2 r = ke^2 \qquad (2.28)$$

Podstawiając w tym równaniu w miejsce r wartość otrzymaną z postulatu Bohra (2.26)

$$r = \frac{n\hbar}{m\mathrm{v}} \qquad (2.29)$$

otrzymujemy

$$m\mathrm{v}^2 r = m\mathrm{v}^2(\frac{n\hbar}{m\mathrm{v}}) = ke^2 \qquad (2.30)$$

dostajemy

$$\mathrm{v} = \frac{ke^2}{n\hbar} \qquad (2.31)$$

---

[32] Praca cytowana http://web.ihep.su/dbserv/compas/src/bohr13/eng.pdf

[33] Zob. *Toruński poręcznik do fizyki. Gimnazjum klasa I.* Wydawnictwo Naukowe UMK, 2010, s. 80

Wreszcie, wstawiając tę wartość do wzoru (2.21) otrzymujemy kolejną, niezwykle ważną zależność

$$E = -\frac{1}{n^2}\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2} \tag{2.32}$$

Innymi słowy, energia elektronu w atomie wodoru może przyjmować wartości

$$\boxed{E = -\frac{1}{n^2}R} \tag{2.33}$$

gdzie przez R oznaczyliśmy wielkość:

$$R = \frac{mk^2e^4}{2\hbar^2} \tag{2.34}$$

zależną tylko od stałych fizycznych.

Obliczając tę wielkość R w jednostkach już przez nas używanych, elektronowoltach [eV], dostajemy R = 13,6 eV.

Stała R, nazwana na cześć jednego z twórców spektroskopii optycznej stałą Rydberga, wyznacza nam skalę wielkości atomowych i chemicznych. Energie związane z procesami atomowymi i chemicznymi są to pojedyncze elektronowolty.

Teraz możemy wyjaśnić jednostkę „elektronowolt": jest to energia, jaką uzyskuje elektron, jeżeli zostanie przyspieszony napięciem elektrycznym jednego wolta.

Symbolicznie, „1 eV = 1e ·1V". Ponieważ wartość ładunku elektronu to $e = 1.6\cdot 10^{-19}$ C możemy zapisać ściślej 1 eV = $1{,}6\cdot 10^{-19}$ J.

Przypominamy, że 1 J to np. podniesienie w polu grawitacyjnym Ziemi masy około 0,1 kg na wysokość 1 metra. 1 eV wydaje się jednostką małą, ale w świecie atomów jest jednostką jak najbardziej właściwą.

Wróćmy do atomu wodoru. Wartość energii elektronu w atomie wodoru jest skwantowana i wynosi

$$E = -\frac{R}{n^2} \tag{2.35}$$

gdzie n, jak wspomnieliśmy, jest liczbą naturalną.
Podstawiając n = 1 otrzymujemy wartość energii elektronu na pierwszej, najniższej orbicie $E_1 = -13{,}6$ eV. Nadaliśmy w ten sposób interpretację fizyczną stałej Rydberga: jest to energia elektronu na pierwszej orbicie w atomie wodoru.

Podstawiając n = 2 otrzymujemy $E_2 = -3{,}4$ eV, dla n = 3 $E_3 = -1{,}51$ eV.

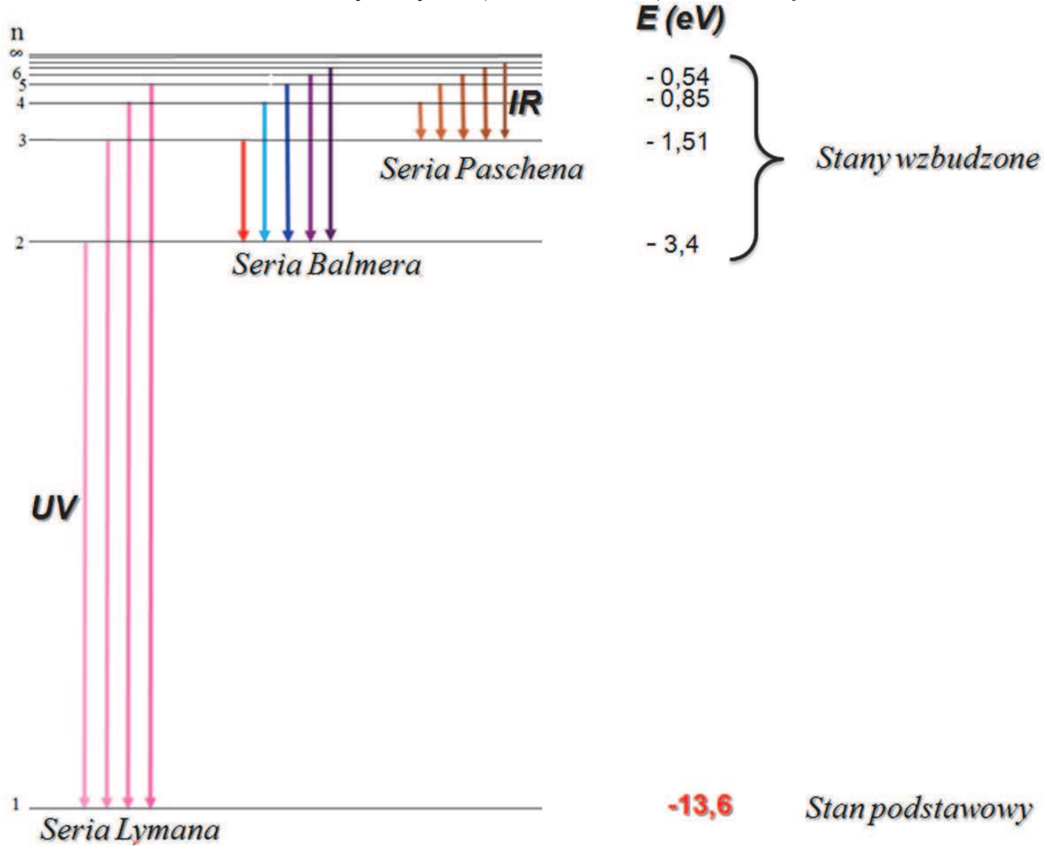
Elektrony w modelu Bohra poruszają się po ściśle określonych orbitach i emitują (lub pochłaniają) światło jedynie w trakcie przeskoku z jednej orbity na drugą.

Z modelu Bohra możemy obliczyć energię emitowanego światła. Przykładowo, w trakcie przeskoku z orbity o n=2 na orbitę n=1 emitowane jest światło o energii

$\Delta E_{2\to 1} = E_1 - E_2$ = 13,6eV(0,25 - 1) = 10,2 eV

Jest to energia kwantu światła w zakresie nadfioletu; odpowiada długości fali λ=121,6 nm. Badał ten zakres T. Lyman, stąd serię widmową odpowiadającą przeskokom elektronu z orbit wyższych (n = 2,3,4 itd.) na orbitę o n =1 nazywamy serią Lymana, zob. ryc. 2.22.

Seria Balmera, którą możemy oglądać za pomocą siatki dyfrakcyjnej, odpowiada przeskokom elektronu z orbit wyższych (n =3,4,5 itd.) na orbitę n =2.



Ryc. 2.22. Układ poziomów energetycznych w atomie wodoru, w modelu Bohra; leżąca w zakresie widzialnym seria Balmera odpowiada przeskokom elektronów z orbity o n=3 na orbitę o n=2 (MS)

2.6. Wielkości atomowe

Model Bohra i stała Rydberga wprowadzają nas w świat wielkości atomowych. Jednostką do porównań odległości jest w nim promień pierwszej (o n =1) orbity Bohra.

Możemy ten promień obliczyć przyrównując wzór na energię (2.22) ze wzorem (2.35) i przyjmując n =1

$$E = -\frac{1}{2}\frac{ke^2}{r} = -R \tag{2.36}$$

stąd promień pierwszej orbity wynosi $\boldsymbol{r_1 = 0{,}53 \cdot 10^{-10}}$ **m.** Stałą R wyznaczamy w jednostkach SI z równania 2.35.

Warto zapamiętać tę wielkość. Oznacza ona, że atom wodoru ma w przybliżeniu[34] średnicę około $1 \cdot 10^{-10}$ m; czasem jednostkę 10^{-10} m nazywamy angstromem (1 Å). Również atomy cięższych pierwiastków mają „rozmiary" między 1 Å a 2 Å. Na szerokość ścieżki na płycie CD (około 1μm) składa się dziesięć tysięcy atomów. Atomy, mimo że chemicznie podstawowe składniki materii, wcale nie są takie małe. Możemy je obserwować np. za pomocą tzw. mikroskopu sił atomowych (Zob. fot. 2.23).

[34] Do zagadnienia rozmiarów atomów wrócimy jeszcze przy omawianiu mechaniki kwantowej.