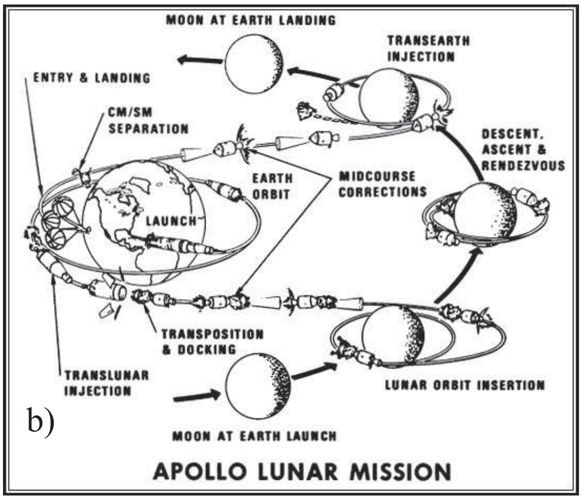
Satelity geostacjonarne (np. telewizyjne) latają w odległości 42 tys. km od środka Ziemia. Przyjmując, że promień Ziemi to 6,3 tys. km, satelity geostacjonarne latają ok. 36 tys. km nad powierzchnią Ziemi. Dla porównania, satelita do pomiarów pola grawitacyjnego Ziemi (GOCE) lata na wysokości zaledwie 150 km nad powierzchnią Ziemi.

Zadanie 1.7: Oblicz okres obiegu trzeciego z dużych satelitów Jowisza (Ganimedesa). Masa Jowisza wynosi $1900 \cdot 10^{23}$ kg i odległość Ganimedesa od środka Jowisza 1 mln km. Stałą grawitacji przyjmij $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ $\mathrm{Nm^2/kg^2}$. Porównaj wynik z wartością obserwowaną $T = 7{,}1$ dnia.

1.8. Grawitacja – loty kosmiczne

W 1865 r. francuski pisarz powieści fantastyczno-naukowych, Juliusz Verne wyobrażał sobie lot ludzi na Księżyc w pocisku wystrzelonym z gigantycznej armaty[17]. Mimo, że w locie na Księżyc (100 lat później) użyto rakiety, fizycy rozważają hipotetyczną prędkość, jaką należałoby nadać pociskowi, aby mógł okrążyć Ziemię, zob. rys. Kuby na ryc.1.14.



Fot. 1.14. (a) Wyjaśnienie I i II prędkości kosmicznej: wystrzelony pocisk z armaty okrąża Ziemię - I prędkość kosmiczna lub z Ziemi odlatuje oddalając się w nieskończoność – II prędkość kosmiczna (rys. Kuba Garbacz); (**b**) schemat „prawdziwego” lotu na Księżyc, misji Apollo (Źródło: NASA)

Problem 1.8 Jaką prędkość należy nadać pociskowi wystrzelonemu poziomo, aby okrążył Ziemię?

Pocisk ma krążyć po orbicie kolistej dookoła Ziemi, niewiele nad jej powierzchnią. Przyjmiemy jako promień jego orbity promień Ziemi, $R = 6370$ km. Rolę siły dośrodkowej spełniać ma siła grawitacji, obliczona ze wzoru (1.1) dla odległości R

$$F = G\frac{Mm}{R^2} \quad ,$$

gdzie tym razem M oznacza masę Ziemi a m masę pocisku. Siła grawitacji ma być równa sile dośrodkowej (równanie 1.10)

$$G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{\mathrm{v}^2}{R}$$

Masa pocisku m upraszcza się i otrzymujemy następującą równość

$$\mathrm{v}^2 = G\frac{M}{R} \qquad (1.21)$$

[17] W podobny sposób miał podróżować bohater innej powieści, z XVIII wieku, Baron Münchhausen.

a stąd następujące wyrażenie na szukaną prędkość

$$\boxed{\mathrm{v} \;= \sqrt{G\frac{M}{R}}} \qquad (1.22)$$

Podstawiając wartości liczbowe, $M = 59{,}7 \cdot 10^{23}$ kg, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2 i promień Ziemi $6{,}37 \cdot 10^6$ m, otrzymujemy

$$\boxed{\mathrm{v}_\mathrm{I} = 7{,}91 \cdot 10^3 \text{ m/s}} \qquad (1.23)$$

Tę prędkość nazywamy pierwszą prędkością kosmiczną.

Pierwsza prędkość kosmiczna określa, jaką prędkość należy nadać wystrzelonemu poziomo pociskowi, aby okrążył on Ziemię.

I prędkość kosmiczna (na Ziemi) wynosi v_I = 7,91 km/s.

Obliczenie (1.22) jest ważne, sprawdzimy więc poprawność przeliczenia jednostek.

$$[\mathrm{v}] = \sqrt{\frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s^2}} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

I prędkość kosmiczna jest wielkością charakteryzującą pole grawitacyjne planety na jej powierzchni, nieco podobnie jak przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni, wzór (1.3).

Jak na warunki ziemskie, prędkość prawie 8 km/s wydaje się ogromna. Jak na warunki kosmiczne nie jest ona taka zawrotna. Ziemia krąży dookoła Słońca z prędkością 30 km/s a cała nasza Galaktyka podąża w kierunku gwiazdozbioru Panny z prędkością około 400 km/s.

Czy I prędkość kosmiczna wystarczy, aby dolecieć na Księżyc? Nie! Ale policzenie prędkości, jaką należy nadać pociskowi, aby poleciał na Księżyc, nie jest takie łatwe. Wyprowadzenie to wymaga pewnych dodatkowych wzorów. Wzory te dotyczą pola grawitacyjnego, ale samo wyrażenie (1.1) na siłę oddziaływania grawitacyjnego już nam nie wystarczy. Wyprowadzenie prędkości niezbędnej, aby wysłać pocisk z Ziemi w daleki kosmos, przedstawiamy w następnym paragrafie.

Zadanie 1.9

Oblicz pierwszą prędkość kosmiczną dla Księżyca. Przyjmij masę Księżyca jako $M = 0{,}74 \cdot 10^{23}$ kg i promień Księżyca $R = 1{,}74 \cdot 10^6$ m. Porównaj tę prędkość z I prędkością kosmiczną dla Ziemi.

1.9. Energia w polu grawitacyjnym

Pierwsza prędkość kosmiczna jest wystarczająca dla okrążenia Ziemi natomiast jest za mała, aby z Ziemi dolecieć na Księżyc lub Marsa. Prędkość niezbędna do *ucieczki* z pola grawitacyjnego Ziemi nazywamy „drugą prędkością kosmiczną”. Dla jej obliczenia musimy wprowadzić nowe pojęcie – energii w polu grawitacyjnym.

Pojęcie energii potencjalnej w polu grawitacyjnym jest dobrze znane. *Energią nazywamy zdolność ciała do wykonania pracy*. Ciało podniesione na pewną wysokość i spuszczone swobodnie może wykonać pracę. Przykładowo, młotek spuszczony z pewnej wysokości wbija gwóźdź, kafar wbija pal, spadający wazon rozbija się na kawałki itd.

Również dobrze znany jest wzór na energię potencjalną E w polu grawitacyjnym Ziemi

$$\boxed{E = mgh} \qquad (1.24)$$