1.2. Siła grawitacji

Wzór na siłę wzajemnego przyciągania grawitacyjnego między dwoma ciałami o określonych masach podał Izaak Newton dopiero prawie 200 lat po Koperniku. Wzór ten należy do jednych z najprostszych w fizyce i jest niejako pierwowzorem dwóch innych oddziaływań – elektrycznych i magnetycznych. Siła oddziaływania grawitacyjnego jest tym większa, im większa jest masa oddziaływujących ciał, a maleje z *kwadratem* ich wzajemnej odległości. Opisujemy to wzorem

$$\boxed{F = G\frac{Mm}{r^2}} \tag{1.1}$$

gdzie F jest siłą wzajemnego przyciągania ciał o masach M i m a r jest ich wzajemną odległością.

Stała G nazywana jest stałą grawitacji i ma podstawowe znaczenie dla budowy naszego Wszechświata. To ona decyduje o szybkości obrotów planet dookoła Słońca, gwiazd dookoła środka Galaktyki a także rozmiarach całego Wszechświata. Jeżeli siłę wyrazimy w *niutonach* (N) a odległość w metrach, to wartość tej stałej wynosi $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Formalnie wzór (1.1) dotyczy mas, które przybliżamy jako masy punktowe. Jest to bez wątpienia zrozumiałe np. dla Ziemi i Słońca: odległość Ziemi od Słońca (ok. 150 mln km) jest znacznie większa niż promień słonecznej kuli (0,7 mln km). Ale w przypadku Kuby i Ziemi?

Pokazał to już Newton, że kula oddziałuje grawitacyjne tak, jakby cała masa była skupiona w jej geometrycznym środku. Pisał on tym, trochę intuicyjnie, nawet Kopernik: „Ziemia krąży dookoła środka Słońca, albo punktu, który w pobliżu tego środka się znajduje".

Znając masę Ziemi i jej promień (6370 km) możemy obliczyć, jaka siła grawitacji działa na Kubę stojącego na powierzchni Ziemi. Przyjmujemy $M = 59\cdot 10^{23}$ kg i $m = 59$ kg.

$$F = 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 59\cdot 10^{23}\cdot 59/(6370\cdot 1000)^2 = 583N$$

Obliczmy, ze wzoru (1.1) przyspieszenie g, jakie działa na Kubę lub jakiekolwiek inne ciało spadające na Ziemię w pobliżu jej powierzchni. Przypominamy, że przyspieszenie jest wprost proporcjonalne do siły a odwrotnie proporcjonalne do masy ciała

$$g = F/m = G\frac{M}{r^2} \tag{1.2}$$

Podstawiając wartości liczbowe otrzymujemy

$$F = 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 59\cdot 10^{23}/(6370\cdot 1000)^2 = 9{,}81 m/s^2$$

Jest to dobrze znana wartość przyspieszenia w spadku swobodnym. Dzięki teorii grawitacji Newtona potrafimy tę wielkość nie tylko zmierzyć, ale i wyliczyć[2].

Przyspieszenie g, z jakim spadają ciała na dowolnej planecie nie zależy od masy tych ciał, ale jedynie od masy planety i jej promienia.

$$\boxed{g = G\frac{M}{r^2}} \tag{1.3}$$

Sprawdzili to astronauci Apollo 15 spuszczając na Księżycu młotek i piórko: spadły razem (na Księżycu nie ma oporów powietrza), ale z przyspieszeniem mniejszym niż na Ziemi[3].

---

[2] A właściwie, to pomiar przyspieszenia grawitacyjnego jest sposobem na wyznaczenie *masy* Ziemi.
[3] Film ze statku Apollo pokazujemy na stornie internetowej ZDF UMK.

Przykład 1.1

Oblicz przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni Marsa, przyjmując promień tej planety jako 3400 km i jej masę jako $6{,}42\cdot10^{23}$ kg.

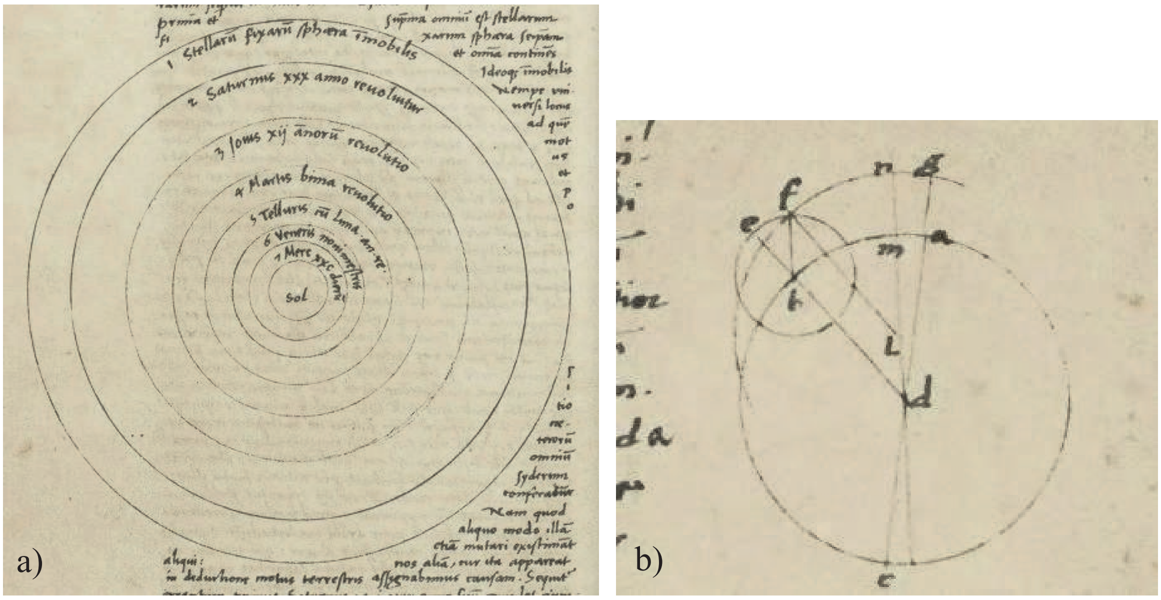
Rozwiązanie

Korzystamy z równania (1.2). Podstawiając wartości liczbowe otrzymujemy

$$F = 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot 6{,}42\cdot10^{23}\,/(3400\cdot1000)^2 = 3{,}69\ \mathrm{m/s}^2$$

Ciała na Marsie „ważą” mniej niż połowę wartości ich ciężaru na Ziemi.

Prawo grawitacji wyjaśnia nie tylko spadanie jabłka na Ziemię, ale przede wszystkim ruch planet dookoła Słońca, Księżyca i sztucznych satelitów dookoła Ziemi itd. Już Kopernik wiedział (za starożytnymi uczonymi), że planety okrążają Słońce w różnym czasie: im bliżej Słońca, tym szybciej. Najbliższy Słońcu Merkury obiega Słońce w 80 dni, następna planeta, Wenus - w 9 miesięcy, Ziemia przez rok, Mars 2 lata, Jowisz – lat XII[4] itd. Zależność jest tak oczywista, że nie może być przypadkowa. Aby, za Newtonem wyjaśnić zależności opisane przez Kopernika, musimy najpierw zrozumieć prawa ruchu po okręgu.



Rys. 1.2. a) Rysunek z 18-tej strony rękopisu dzieła Kopernika; genialny uczony zaraz na wstępie, przed zagłębieniem się w szczegóły, wyjaśnia istotę swojego odkrycia: planety krążą dookoła Słońca i im ich orbity są bliższe Słońcu, tym krótszy okres obiegu; **b)** kolejny rysunek z rekopisu Kopernika; do orbit kolistych Kopernik dodał *epicykle*, tak jakby wiedział, że orbity nie są dokładnie koliste

Pytania kontrolne

1. Oblicz przyspieszenie „księżycowe”, tj. przyspieszenie, z jakim spadają ciała na powierzchni Księżyca. Przyjmij masę Księżyca $M = 0{,}73\cdot10^{23}$ kg i jego promień $r = 1736$ km. Wynik podaj z dokładnością do trzech cyfr znaczących. Ile razy to przyspieszenie jest mniejsze od przyspieszenia ziemskiego ($g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$) ? Obejrzyj skoki astronautów na Księżycu (film NASA) na stronie internetowej UMK.

2. Horoskopy powołują się na konfiguracje planet w momencie urodzenia się. Oblicz, z jaką siłą grawitacji działa na dziecko (o masie $m =$ 3,5 kg) Saturn, o masie $M = 57\cdot10^{25}$ kg i odległy od Ziemi w chwili narodzenia dziecka o 1,5 mld km a z jaką lekarka, o masie 57 kg, odległa od dziecka o 1,5 m.

---

[4] Dzisiejsze pomiary czasu obiegu planet dookoła Słońca nieco się różnią od tych podanych przez Kopernika. Powrócimy do tego zagadnienia w rozdziale IV.